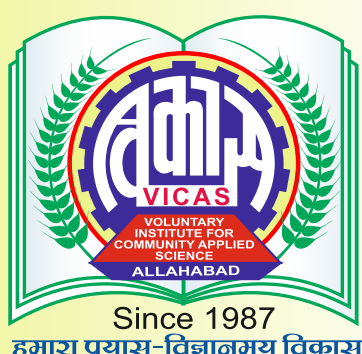


राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

गणित प्रेमियों एवं प्रतियोगी विद्यार्थियों सहित
जनसामान्य के लिये उपयोगी 80 पोस्टर

कठिन सवाल सरल उपाय

काव्यात्मक गणित
वैदिक गणित



VICAS  **विकास**

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

विषय सूची

क्रम संख्या पोस्टर के शीर्षक

पृष्ठ संख्या

०१	बिन्दु, किरण, रेखा खण्ड, रेखा कोण सम्बन्धी तथ्य	०१
०२.	आओ जानें : परिमाण के आधार पर कोण एवं कोणों के प्रकार	०२
०३.	आओ जानें: त्रिभुज, भुजा के विचार से त्रिभुज के प्रकार	०३
०४.	आओ जानें: कोणों के विचार से त्रिभुज	०४
०५.	आओ जानें: समकोण त्रिभुज एवं समकोणिक समद्विबाहु त्रिभुज	०५
०६.	आओ जानें: ऊँचाई और दूरी	०६
०७.	विशेष नियम- समय और छाया का सम्बन्ध	०७
०८.	आओ नापें: वृक्ष की ऊँचाई	०८
०९.	आओ नापें: तालाब की गहराई	०९
१०.	आओ नापें: पृथ्वी का व्यास	१०
११.	आओ नापें: नदी की चौड़ाई	११
१२.	आओ जानें: शून्य को, प्राइम नम्बर्स/अविभाज्य संख्यायें	१२
१३.	आओ जानें: मिलियन और बिलियन, चलो बनायें लीटर	१३
१४.	आओ जानें: पैमाना मीटर का, मीटर के भाग	१४
१५.	आओ जानें: पैमाना तौल का	१५
१६.	आओ जानें: वैदिक गणितीय विधि	१६
१७.	आओ मित्र! बनायें वृत्त	१७
१८.	आओ जानें: दर्पण में घड़ी का प्रतिबिम्ब	१८
१९.	आओ जानें: घड़ी में घण्टे व मिनट की सुइयों का खेल	१९
२०.	आओ जानें: अनुसंधान घड़ी में घण्टे व मिनट की सुइयों का खेल	२०
२१.	आओ जानें: पाई का मान	२१
२२.	आओ जानें: फारेनहाइट तथा सेल्सियस तापक्रमों में सम्बन्ध	२२
२३.	आओ ! निगमन करना जानें	२३
२४-२६.	वर्तमान गणित तथा वैदिक गणित की तुलना	२४-२६
२७.	आओ जानें: शून्य के महत्व	२७
२८.	आओ जानें: संख्या १ के महत्व	२८
२९.	आओ जानें: वर्गमूल १० के महत्व	२९
३०.	आओ जानें: वैदिक गणितीय घनमूल का जादू	३०
३१.	भारतीय गणित का इतिहास	३१
३२-३३	वैदिक गणित का इतिहास	३२-३३
३४-३८	वैदिक गणित का ऐतिहासिक महत्व	३४-३८
३९.	वैदिक गणित का उत्तर काल	३९
४०.	आओ जानें: मिलावट कितना	४०
४१.	आओ मगद मोदक (लड्डू) बनायें	४१
४२.	आओ मकान की ईंट गिनारें	४२

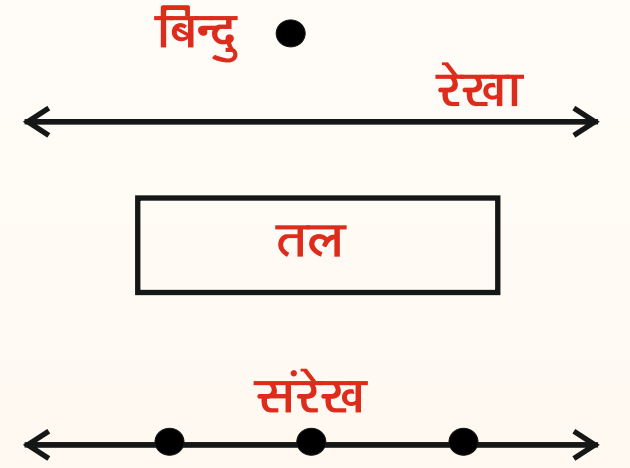
विषय सूची

क्रम संख्या	पोस्टर के शीर्षक	पृष्ठ संख्या
४३.	आओ जानें: एक पंक्ति में गुणा और गुणा की जाँच	४३
४४.	आओ जानें: मौखिक वर्ग निकालना	४४
४५.	आओ जानें: क्रय के समान प्रतिशत लाभ या हानि का विक्रय मूल्य	४५
४६.	आओ जानें: आयु की गणना करने के तरीके	४६
४७.	आओ जानें: बिक्री कर	४७
४८.	आओ जानें: दैनिक उपयोग की वस्तुओं पर बिक्री कर	४८
४९.	नापें खेतों का मानचित्र (नक्शा)	४९
५०.	आओ जानें: पिरामिड के छिन्नक का आयतन	५०
५१.	आओ जानें: समान्तर श्रेणी	५१
५२.	आओ जानें: गुणोत्तर श्रेणी	५२
५३.	आओ जानें: द्विपद प्रमेय	५३
५४.	आओ जानें: चक्रवर्ती भिन्नों का योग (मौखिक)	५४
५५.	विश्व के महान गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन- परिचय	५५
५६.	आओ सीखें : विश्वात्मा सूर्य से गणित विज्ञान	५६
५७.	सूर्य के व्यास-भार-दूरी-प्रकाश का ज्ञान	५७
५८.	आओ जानें: प्रकाश वर्ष	५८
५९.	आओ जानें: दशमलव बिन्दु	५९
६०.	आओ जानें: आयतन में द्रव्यमान अर्थात घनत्व (Density)	६०
६१.	अंकों की प्रकृति देखकर बड़ी संख्याओं का घनमूल निकालना	६१
६२.	आओ जानें: सम्भावनात्मक प्रश्न	६२
६३.	त्रिकोणमिति के माध्यम से जानें ऊँचाई व दूरी	६३
६४.	आइये जानें शेषफल प्रमेय द्वारा गुणनखण्ड	६४
६५-६६.	समुच्चय सिद्धान्त (Set Theory)	६५-६६
६७.	आओ जानें: अवकलन से समीकरण का हल	६७
६८-६९	आओ जानें: बीजीय पदों के कर्णों के ज्यामितीय निरूपण	६८-६९
७०-७१.	आओ जानें: सांख्यिकी (ऑकड़ा शास्त्र) (Statistics), (केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें-समान्तर माध्य-माधिका-बहुलक)	७०-७१
७२.	आओ जानें: तापमापक उपकरण राशि ताप (T)	७२
७३.	आओ जानें: ताप मापक उपकरण मापक (K & R)	७३
७४.	आओ जानें: पृथ्वी का स्व अक्षीय झुकाव (23.5)	७४
७५.	आओ जानें: सूर्य स्थिर, गतिमान सदा पृथ्वी	७५
७६.	आओ जानें: पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण	७६
७७.	वैदिक गणित सूत्र 'अन्त्ययोरेव' (प्रथम और अन्तिम पदों से ही)	७७
७८.	दुगुने कोण (2 A) का त्रिकोणमितीय अनुपात	७८
७९.	दोनों कोणों के योग (A+B) और अन्तर (A-B) के त्रिकोणमितीय अनुपात	७९
८०.	कर्ण और आधार के योग से आधार ज्ञात करना	८०

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

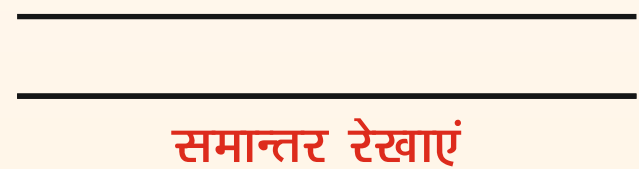
बिन्दु, किरण, रेखा खण्ड, रेखा व कोण सम्बन्धी तथ्य

बिन्दु का एक अपना स्थान, उसकी स्थिति सुनिश्चित मात्र।
कोई रेखा दोनों ओर, अनन्त रूप में विस्तृत होत।।
सपाट पृष्ठ से तल आभास, सभी दिशा में अनन्त विस्तार।
तल में किसी बिन्दु से खिंचती हैं असंख्य रेखाएं।।
तल में दो बिन्दुओं से होकर एक ही रेखा बन पाए।
रेखा में स्थित तीन या, अधिक बिन्दु संरेख कहाते।।



दो रेखाएं कटें परस्पर तो प्रतिच्छेदी कहलाए।
दो रेखाएं अगर कटें न, तो हैं समान्तर रेखाएं।।
संगामी रेखाओं में एक उभयनिष्ठ बिन्दु होता है।
समान्तर रेखाओं में कोई बिन्दु उभयनिष्ठ नहीं होता है।।

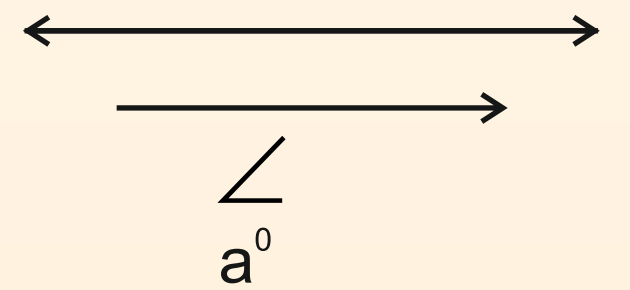
दो तल एक दूसरे को एक ही रेखा को काटते हैं।
नहीं काटते यदि दोनों तल वे समान्तर तल होते हैं।।
किसी रेखा या एक भाग होता हैं रेखा खण्ड।
दो अंत बिन्दु वाला होता हैं रेखा खण्ड।।



रेखा खण्ड

होते अनन्त बिन्दु किसी रेखा खण्ड में।
दोनों ओर से सीमाबद्ध होता है एक रेखा खण्ड।।
दोनों अंत बिन्दुओं के बीच की दूरी नापो।
किसी रेखा खण्ड की लम्बाई बतला दो।।

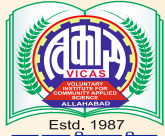
रेखा सीमा बद्ध न होती, दोनों तरफ अपरिमित होती।
किरण एक दिशि सीमा बद्ध, दूसरी तरफ अपरिमित होती।।
दो किरणों के बीच का झुकाव ही तो कोण कहलाता है।
कोणों के परिमाण का मात्रक अंश या डिग्री आता है।।



आसन्न व सम्पूरक कोण

रेखीय-युग्म के कोण तो सम्पूरक व आसन्न दिखाते।
जो आसन्न कोण नहीं है रेखीय युग्म बना न पाते।।

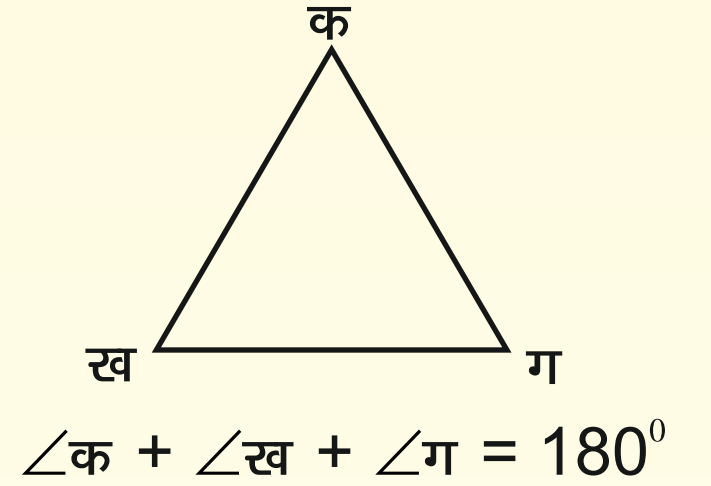


VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: त्रिभुज

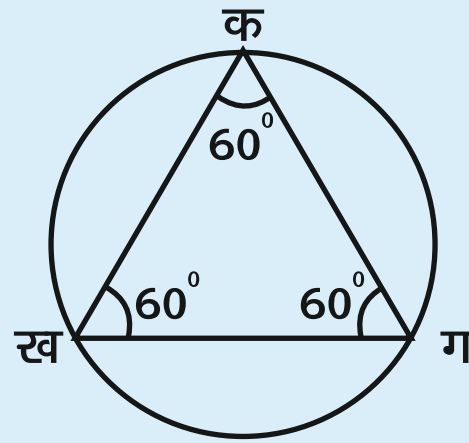
तीन भुजा से घिरी आकृति, त्रिभुज त्रिकोण कहावे।
तीनों कोणों का योग बराबर दो समकोण ही आवे।।



आओ जानें: भुजा के विचार से Δ के प्रकार

समबाहु त्रिभुज

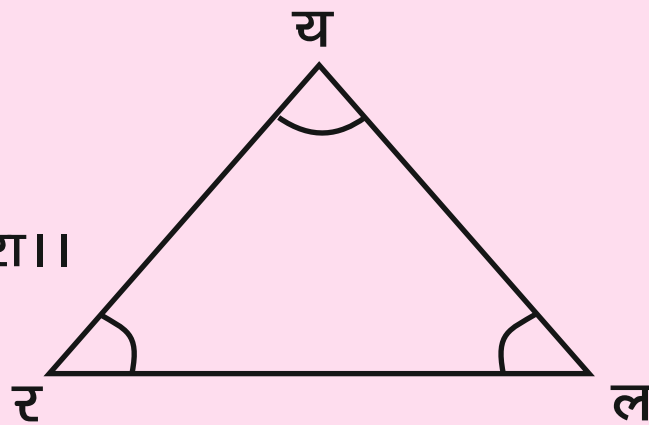
भुजा से करहु विचार, त्रिभुज तो तीन तरह का।
तीनों भुजा समान, कहो समबाहु Δ बा।।



$$\text{क ख} = \text{ख ग} = \text{ग घ} \\ \angle\text{क} = \angle\text{ख} = \angle\text{ग} = 60^\circ$$

समद्विबाहु त्रिभुज

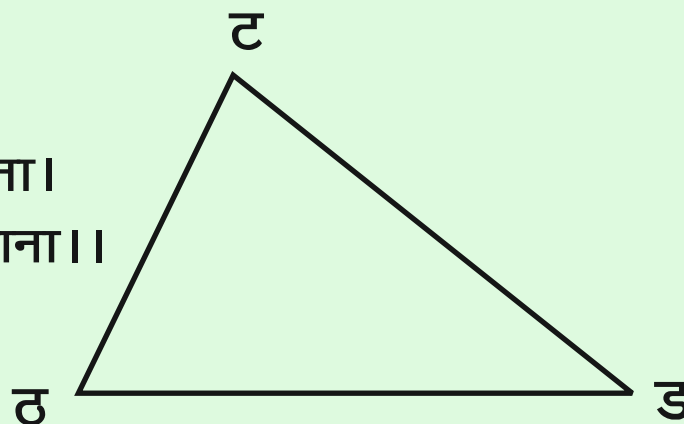
दो भुजा होत समान, समद्विबाहु पुकारा।
सम्मुख कोण समान, भुजा से करहु बिचारा।।



$$\text{य र} = \text{य ल} \\ \angle\text{र} = \angle\text{ल}$$

विषमबाहु त्रिभुज

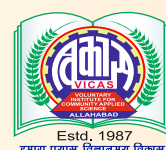
कहो त्रिभुज समबाहु, कोण सब होय समाना।
विषम बाहु में भुजा, कोण, सब अलग बखाना।।



$$\text{ट ठ} \neq \text{ठ ड} \neq \text{ड ट} \\ \angle\text{ट} \neq \angle\text{ठ} \neq \angle\text{ड}$$



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

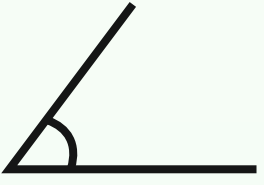
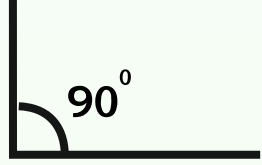
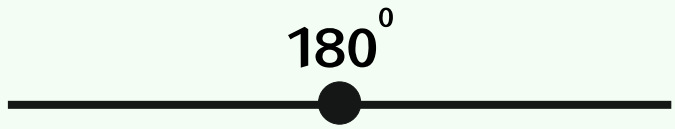
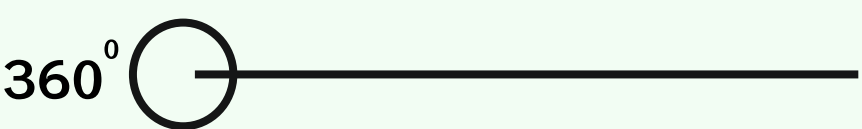
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: परिमाण के आधार पर कोण के प्रकार

शून्य, न्यून, सम, अधिक, ऋजु, वृहद और सम्पूर्ण ।
सप्त कोण-परिमाण अंश में, याद करो सब कोण ॥
शून्य, अंश पर किरण सुस्थिर, शून्य कोण कहलाता 0° ।
किरण घूमती चारों दिशि तो सम्पूर्ण कोण बन जाता 360° ॥
 90° से कम हैं न्यूनकोण, 90° का हैं समकोण ।
अधिक कोण, समकोण से अधिक, कुछ कम दो समकोण ।
दो समकोण (180°) का, सरल कोण ऋजु जानो ॥
ऋजुकोण से वृहद् कोण को, वृहत्कोण पहचानो ।

आओ जानें कोणों के प्रकार

- (1) शून्य कोण (Zero Angle) 0° 
- (2) न्यून कोण (Acute Angle) 
- (3) समकोण (Right Angle) 
- (4) अधिक कोण (Obtuse Angle)  $90^\circ < Q < 180^\circ$
- (5) ऋजु (सरल) कोण (Straight Angle)  180°
- (6) वृहत्कोण (Forcible Angle)  $180^\circ < Q < 360^\circ$
- (7) सम्पूर्ण कोण (Whole Angle)  360°

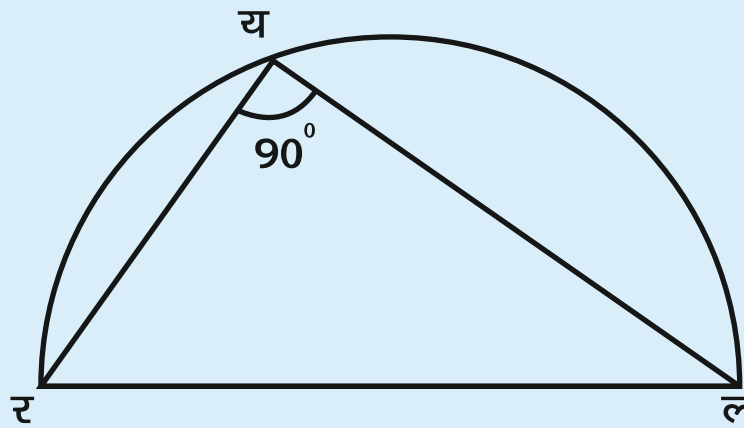
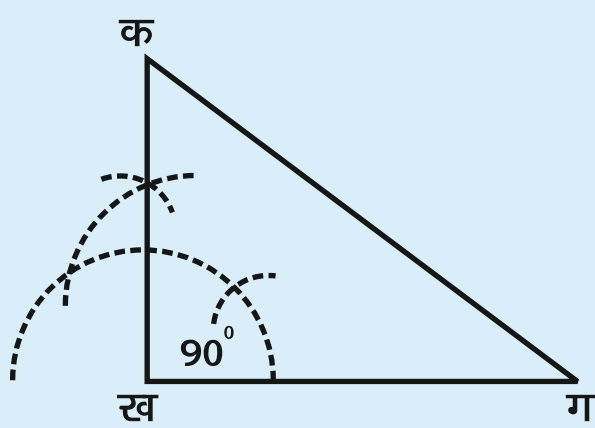
राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: कोणों के विचार से त्रिभुज

तीन तरह के Δ जब, कोण से करो विचार। न्यून कोण, समकोण व अधिक कोण हैं चार।।
 90° होय एक कोण, कहिए उसे Δ समकोण। 90° से कम कोण सब, न्यून कोण Δ हैं तब।।
एक कोण 90° से ज्यादा, अधिककोणीय त्रिभुज कहलाता।।

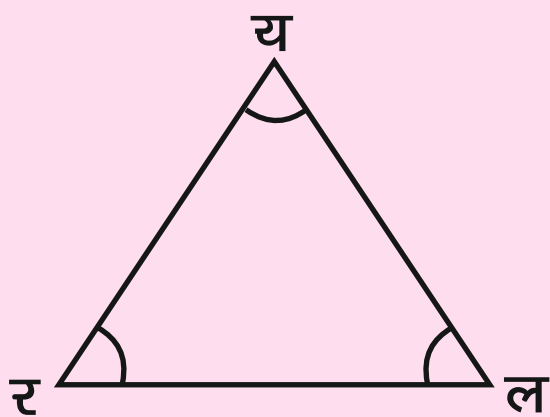
कोणों के विचार से त्रिभुज के प्रकार

समकोण त्रिभुज



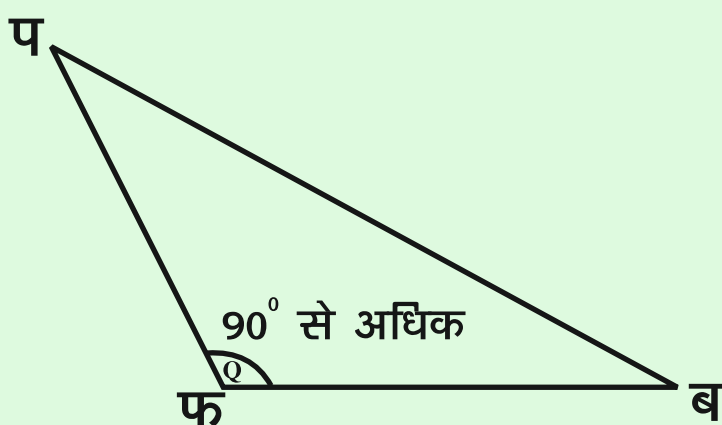
अर्द्धवृत्त का कोण
समकोण होता है।

न्यूनकोण त्रिभुज



$\angle य$, $\angle र$, $\angle ल$ प्रत्येक $< 90^\circ$
(प्रत्येक कोण 90° से न्यून हैं।)

अधिककोण त्रिभुज

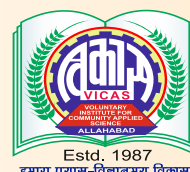


$\angle प$ या $\angle ब$, $> 90^\circ < 180^\circ$
($\angle फ = 90^\circ$ से अधिक तथा 180° से कम है।)



हमारा प्रयास-विज्ञानमय विकास

VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

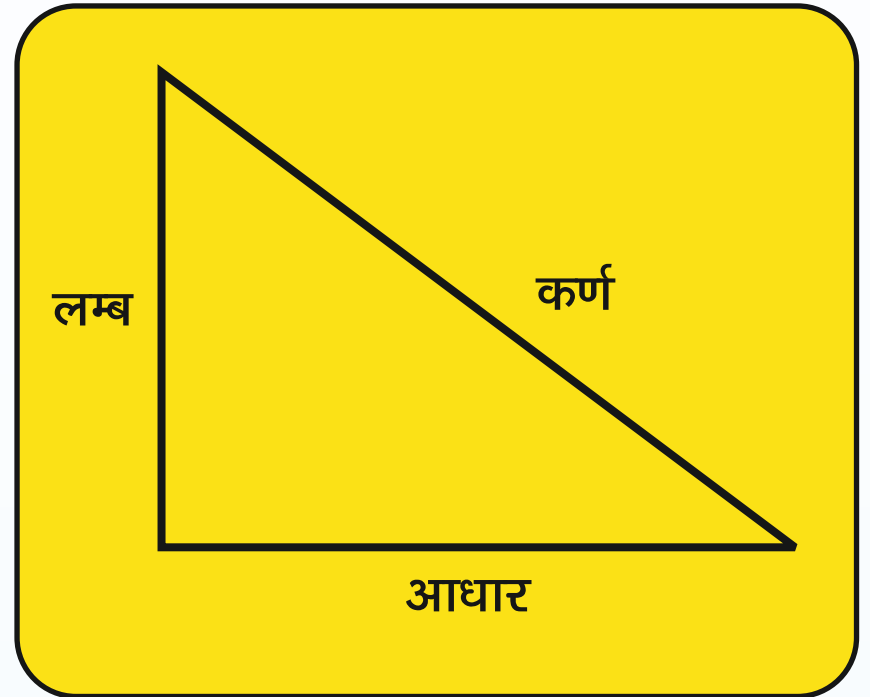
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: समकोण त्रिभुज

वर्ग करो आधार का जोड़ो लम्ब का वर्ग ।
वर्गमूल ले लीजिए तब मिल जाये कर्ण ॥
कर्ण = $\sqrt{(\text{आ}^2 + \text{ल}^2)}$
कर्ण भुजा का योग गुणे दोनों का अन्तर ।
वर्गमूल लो तब मिले दूसरी भुजा का मन्तर ॥
लम्ब = $\sqrt{[(\text{कर्ण} + \text{आधार}) (\text{कर्ण} - \text{आधार})]}$
सीढ़ी होती कर्ण व लम्ब होत दीवार ।
क्षैतिज दूरी मापिए मिल जाए आधार ॥



आओ जानें: समकोणिक समद्विबाहु त्रिभुज

किसी वर्ग में दो त्रिभुज ।
कर्ण बराबर खींचा व्यास, व्यास की लम्बार्धक खींच जात ॥
परिधि पर तीसरा शीर्ष मिल जात,
लम्बे गुणें आधार का आधा । समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल साधा ॥

पाइथागोरियन संख्या जब एक भुजा विषम संख्या हो।

तो $n, (n^2 - 1)/2, (n^2 + 1)/2$

3 : 4 : 5, 5 : 12 : 13, 7 : 24 : 25, (9 : 40 : 41) या (9, 12, 15)

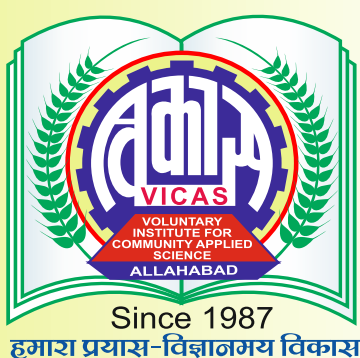
ये संख्या समकोणिक संख्याएँ हैं। (3, 4, 5) के त्रिक में (इनमें) प्रथम 3 व
द्वितीय 4 लम्ब या आधार है। तीसरी संख्या 5 कर्ण है।

एक अन्य उदाहरण

लम्ब = 4 2 8 5 7 1 तथा 5 7 1 4 2 8 आधार हो तो

कर्ण = 7 1 4 2 8 5 होगा।

अतः 4 2 8 5 7 1, 5 7 1 4 2 8, 7 1 4 2 8 5 भी पाइथागोरियन संख्याएँ हैं।



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: ऊँचाई और दूरी

लम्ब ऊँचाई है दीवार, दूरी है छाया आधार, सीढ़ी पर बने कर्ण आकार
रखते जभी स्प (tan) का मान, लम्ब आधार का होता ज्ञान।

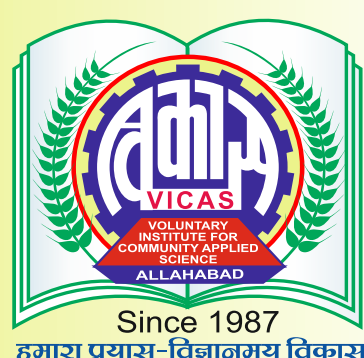
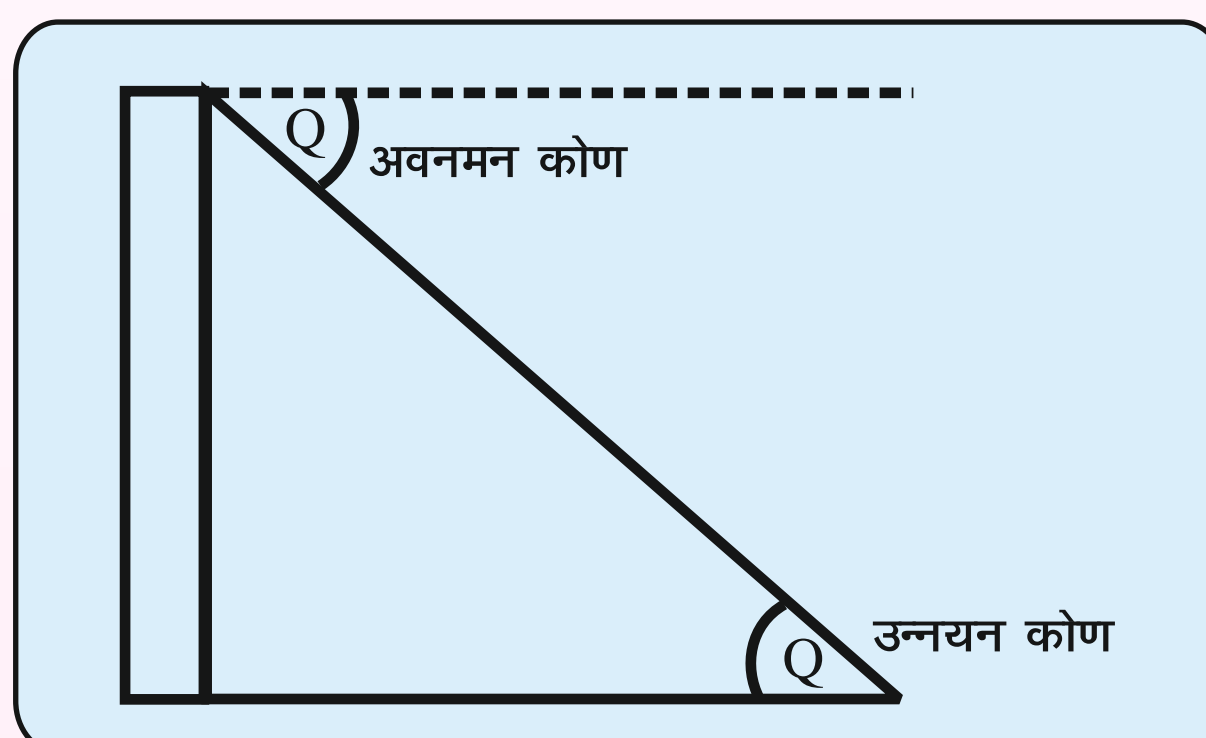
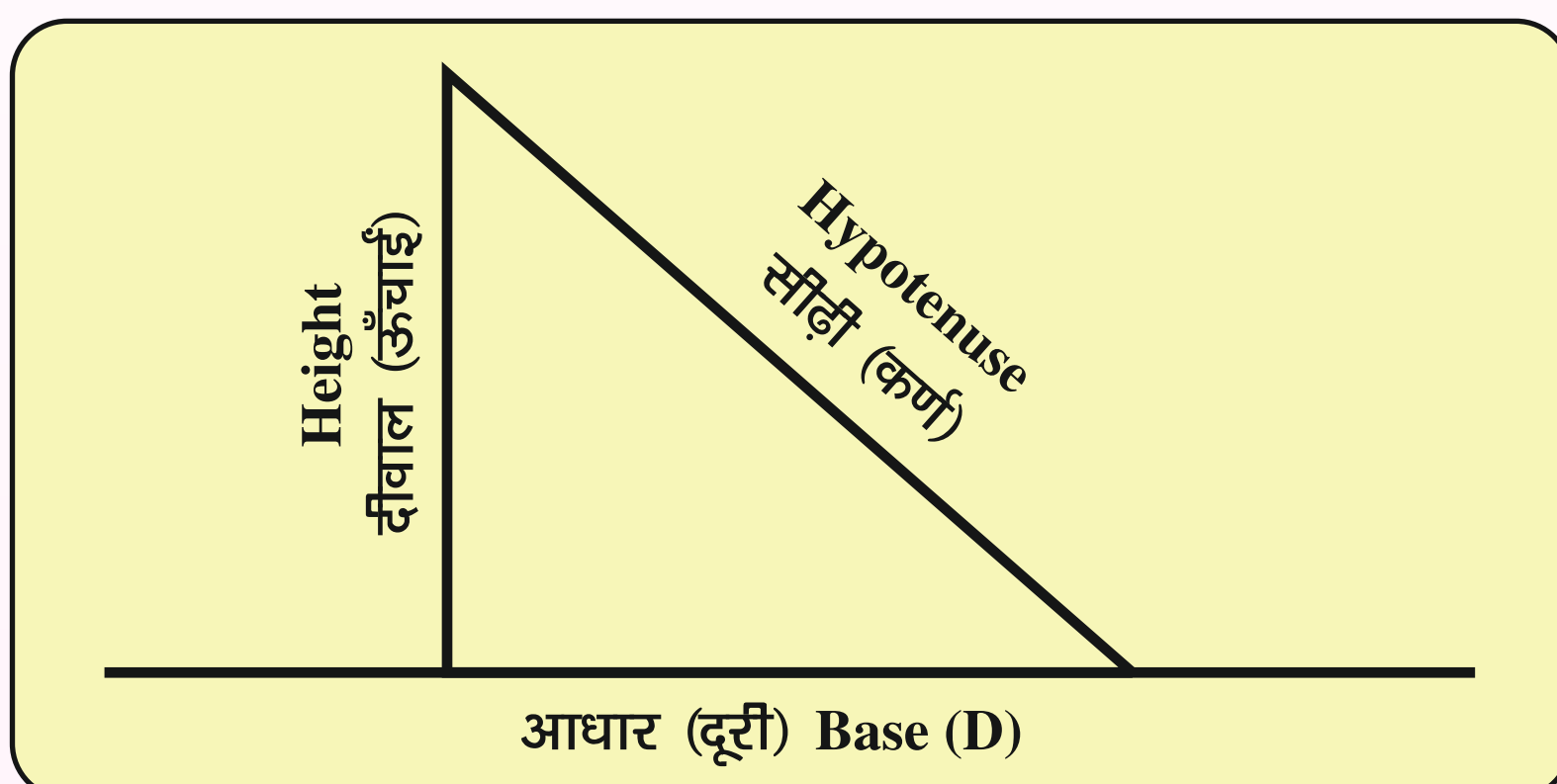
‘उन्नयन कोण कहते उसे हम जितना नयन उठाते हैं।

कोण अवनमन का मतलब हम जितना आँख झुकाते हैं।

कोण उन्नयन, कोण अवनमन दोनों होता समान।

चित्र बनाकर मान लिख, सारिणीय मान से करो मिलान।

समानुपात से ज्ञात हो, अज्ञात राशि का मान।



VICAS  **विकास**

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

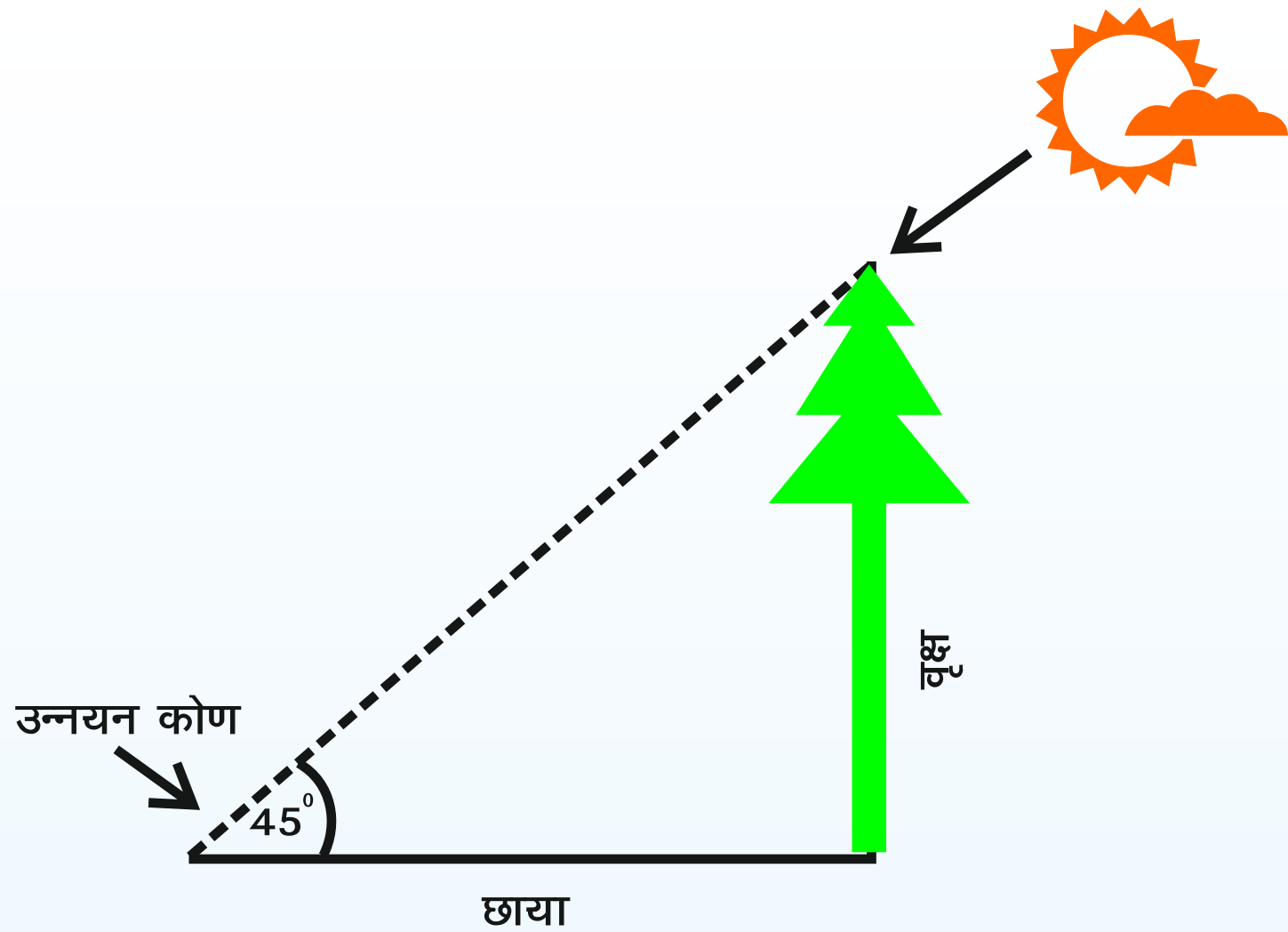
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

विशेष नियम: समय और छाया का सम्बन्ध

21 मार्च व 23 सितम्बर को समान होते दिन रात।
ठीक 6 बजे सूर्योदय प्रातः शाम 6 बजे अस्त हो जात।।
ठीक 12 बजे दोपहर, सूर्य चढ़ा होता है सर पर।
उन्नयन कोण बढ़ाती किरण हर घंटे में पन्द्रह अंश।
घड़ी देखकर नापो छाया। खम्भा, वृक्ष, मीनार नपवाया।।
9 बजे प्रातः व 3 बजे शाम। होती ऊँचाई व छाया समान।।
किसी बजे का अंश बनाओ। उतने बजे ऊँचाई नपवाओ।।
छाया व ऊँचाई का अनुपात। अंश सारिणी में दिखलात।
शेष महीनों में ऊँचाई स्नेही लगभग में नप जात।।

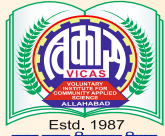


वृक्ष की ऊँचाई = छाया

9 बजे प्रातः व 3 बजे शाम। होती ऊँचाई व छाया समान।।

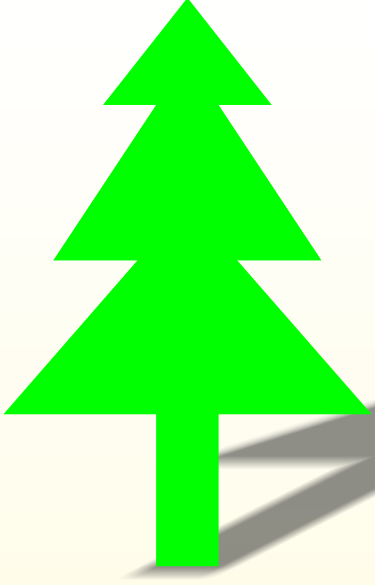


हमारा प्रयास-विज्ञानमय विकास

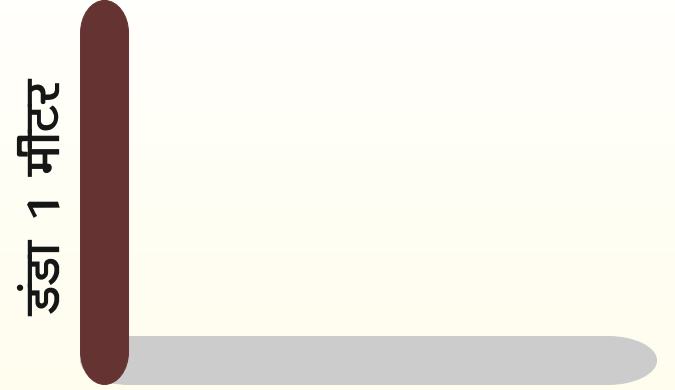
VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ नापें वृक्ष की ऊँचाई



वृक्ष की छाया 3 मीटर

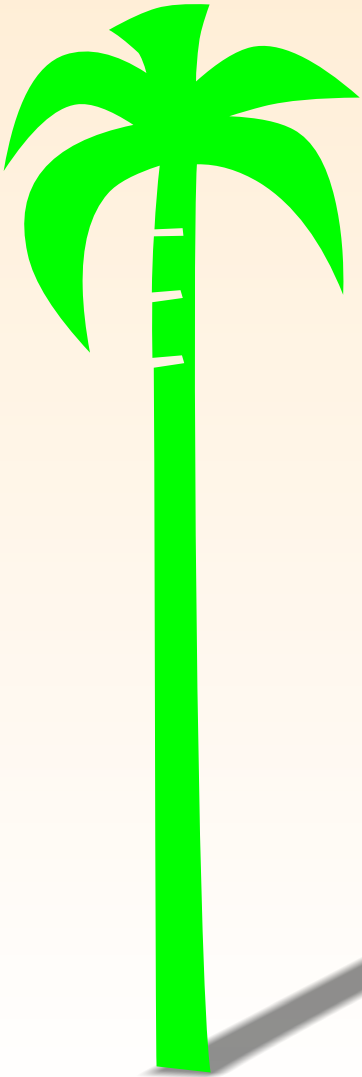


छाया 1.5 मीटर

किसी समय वृक्ष की छाया 3 मीटर है।

यदि उसी समय 1 मीटर ऊँचे डण्डे की छाया 1.5 मी० है तो

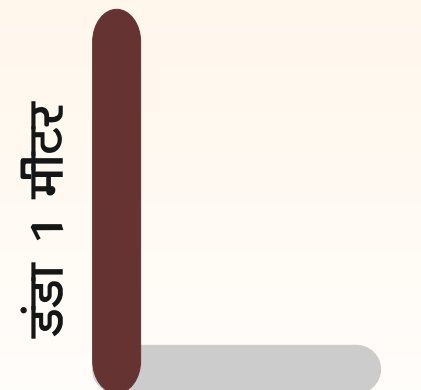
वृक्ष की ऊँचाई = $1/1.5 \times 3 = 1/15 \times 30 = 2$ मीटर



यदि 1 मीटर ऊँचे डण्डे की छाया 0.5 मीटर तथा

वृक्ष की छाया 3 मीटर हो तो

वृक्ष की ऊँचाई = $1/0.5 \times 3 = 1/5 \times 30 = 6$ मीटर



छाया 0.5 मीटर

वृक्ष की छाया 3 मीटर



वालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

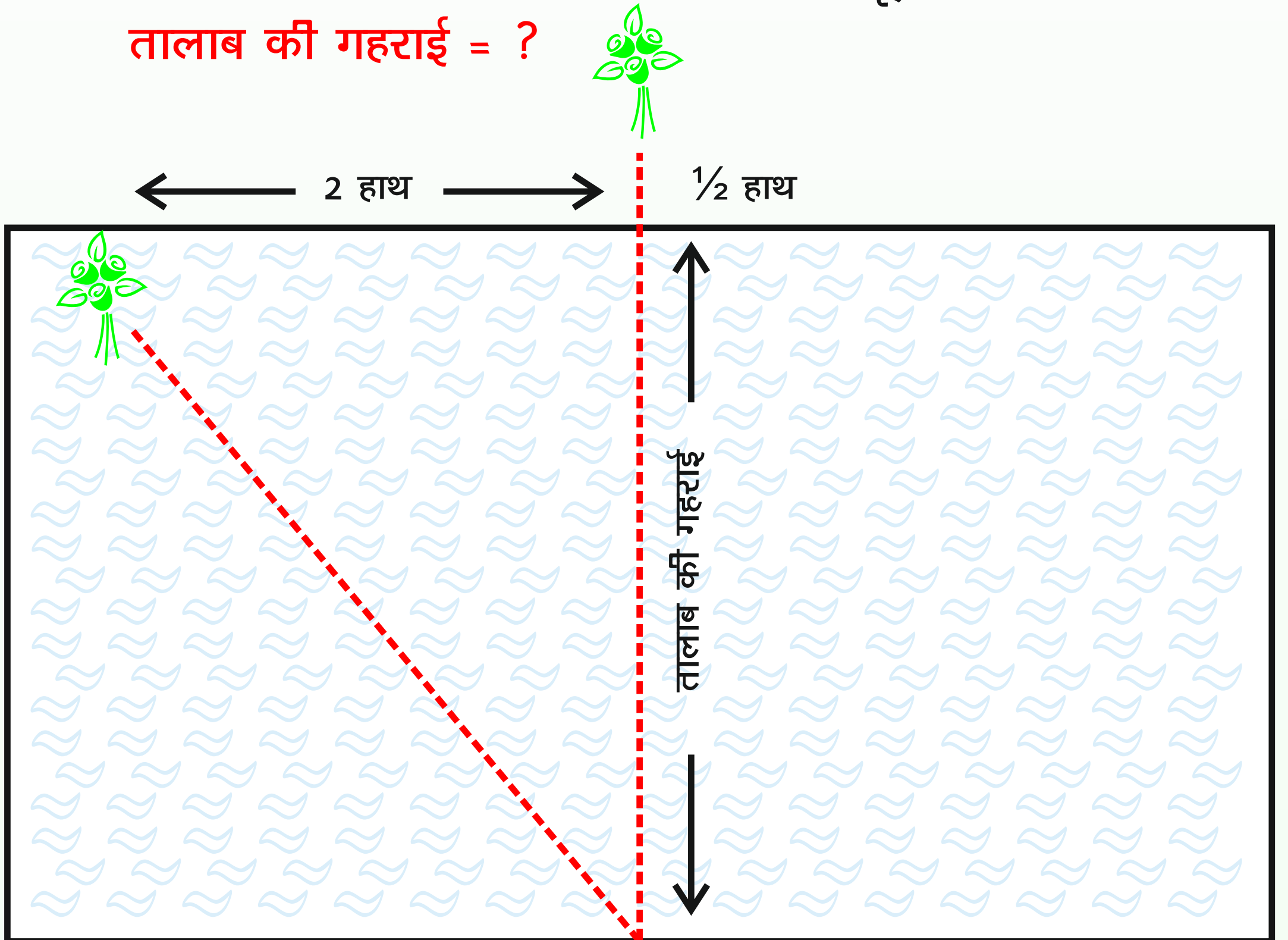
कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ नापें तालाब की गहराई

एक कमल की कली जल से 1 बित्ता ($\frac{1}{2}$ हाथ) ऊपर है।
हवा के झोंके से जल पर 2 हाथ जाकर डूब जाती है तो
तालाब की गहराई = ?



वैदिक गणितीय विधि:
तालाब की गहराई = $\frac{(2)^2 - (\frac{1}{2})^2}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{4 - \frac{1}{4}}{1} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$ हाथ

सूत्र : गहराई या लम्ब = $\frac{\text{आधार या दूरी का वर्ग} - \text{जल के ऊपर फूल की कली का वर्ग}}{2 \times \text{कली की ऊँचाई}}$



**वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद**

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: पृथ्वी का व्यास

एक व्यक्ति जो समुद्रतल से 330 फुट ऊँची चट्टान पर खड़ा है।
उसकी दृष्टि $22\frac{1}{2}$ मील तक पहुँच सकती है
तो पृथ्वी का लगभग व्यास बताओ ?

$$\therefore 330 \text{ फुट} = \frac{330}{5280} \text{ मील}$$

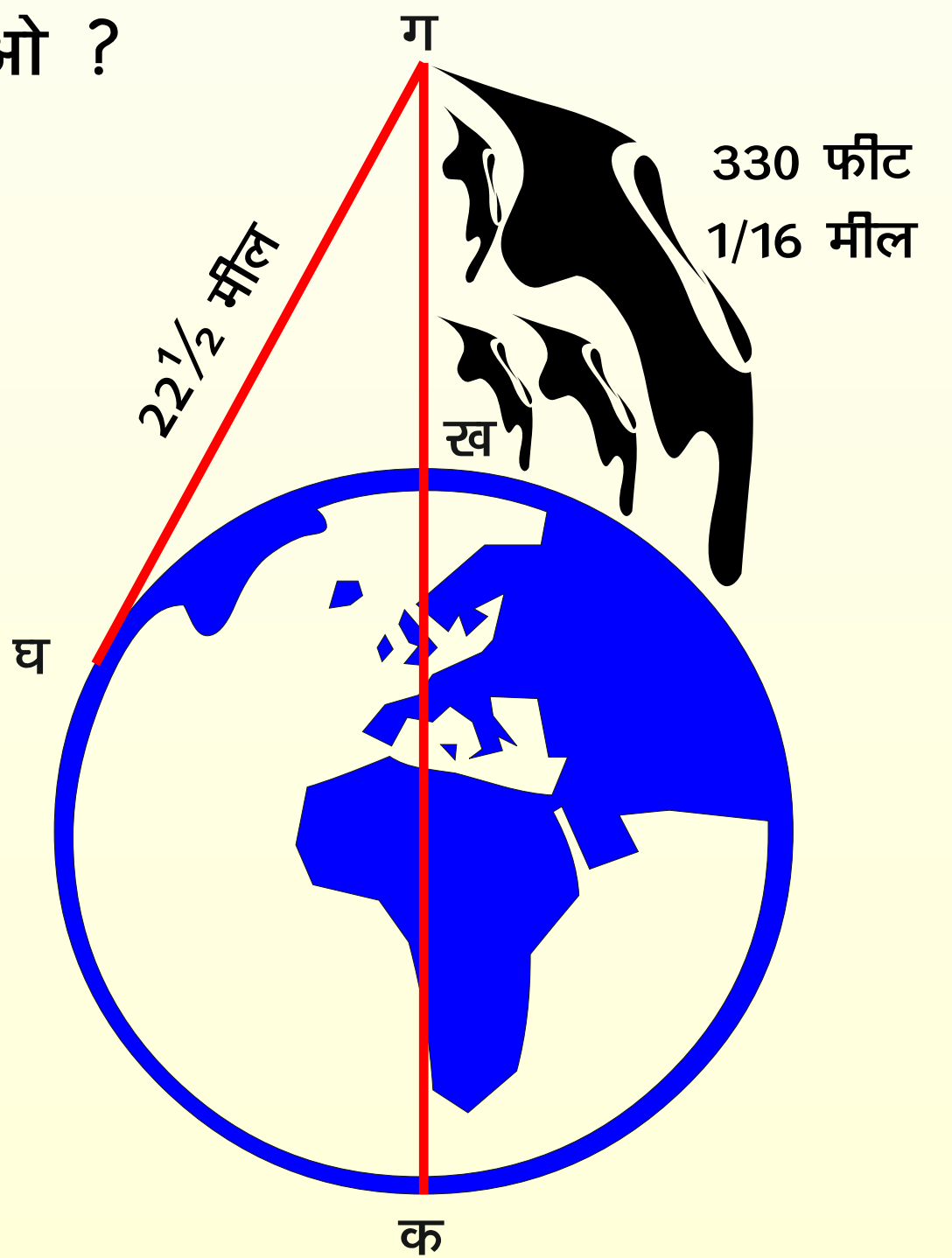
चित्रानुसार –

$$\begin{aligned} \text{क ग} &= \frac{22.5 \times 22.5}{1/16} \\ &= \frac{45}{2} \times \frac{45}{2} \times 16 \end{aligned}$$

$$= 2025 \times 4$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{व्यास} &= 8100 - 1/16 \\ &= 8099 \frac{15}{16} \text{ मील} \end{aligned}$$

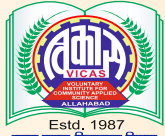
$$= 8100 \text{ मील लगभग}$$



नोट : भू मध्य रेखा पर पृथ्वी का व्यास 12740 किमी० माना गया है।
जो 8000 मील के लगभग है।

(1 मील = 8 फर्लांग = 8 x 220 गज = 8 x 220 x 3 फुट)



VICAS  **विकास**

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

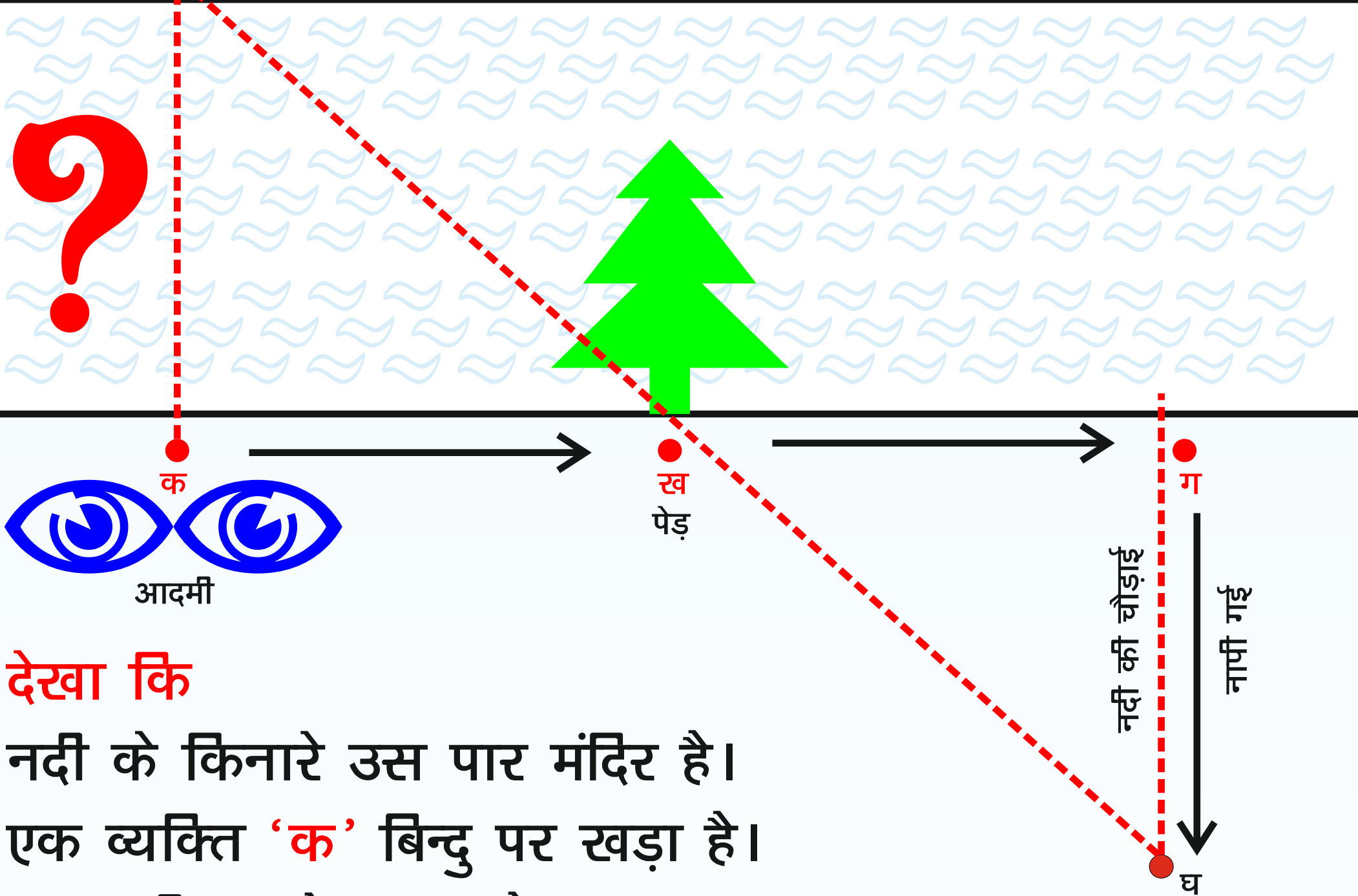
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित



मंदिर

आओ नापें नदी की चौड़ाई : ?



देखा कि

नदी के किनारे उस पार मंदिर है।

एक व्यक्ति 'क' बिन्दु पर खड़ा है।

कुछ दूरी पर पेड़ 'ख' है। वह 'ख' तक जाकर

उतना ही आगे 'ग' तक चलकर 'घ' की ओर मुड़ जाता है।

जहाँ से पेड़ और मंदिर एक सीध में आ जाते हैं। 'ग' 'घ' की लम्बाई नापने से नदी की चौड़ाई ज्ञात हो जाती है।



हमारा प्रयास-विज्ञानमय विकास

वॉलेंटरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: शून्य को

शून्य (पूर्णांक) (Integer)

शून्य अंक पूर्णांक कहाय। है आकाश शून्य पर्याय।।

शून्य से अधिक है धन पूर्णांक $i+$

$i = 1, 2, 3, 4, \dots$

शून्य से कम है ऋण पूर्णांक $-$

$i = -1, -2, -3, \dots$

“शून्य गणित का जादूगर है” सदा समान स्थानीय मान। ∞

$a - a = 0, a + 0 = a, a - 0 = a, a \times 0 = 0, a / 0 = \text{अनन्त}$

$-a + 0 = -a, -a - 0 = -a, 0 / a = 0$

संख्या घात शून्य हो जाता, उसका मान एक ही आता।

$a^0 = 1$

कोई भी आधार हो एक का लघुगणन शून्य

$\log 1 = 0$

जितना भाजक उतने भाज्य, बने भागफल Zero घात

$a^m / a^m = a^{m-m} = a^0$

जितना भाजक उतने भाज्य, पूर्ण भागफल एक लिखात

$a^m / a^m = 1$

0, 1 के अंक है, कम्प्यूटर के प्रान, शेष अंक इनसे बनें गणना शीघ्र महान

शून्य व्योम में विचर रहे, ग्रह मण्डल नभ गंगाये

नभ गंगा भी आधार लघुग एक, मान व्योम ही पाये

$\log 1 = 0$

galaxy

आओ जानें प्राइम नम्बर्स / अभाज्य संख्याये

खुद से और एक से तो हर संख्याये कट जाती हैं

जो अन्य किसी से न कटती वे रूढि (अभाज्य) कहलाती हैं

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: मिलियन एवं बिलियन

गणना क्रम गिनती कहलाती, अंकों से संख्या बन जाती
इकाई में हो एक स्थान, बने दहाई दो स्थान

एकक है इकाई, दहाई व सैकड़ा भी, हजार में हजार, दस हजार, सौ हजार हो
मिलियन में मिलियन, दस मिलियन, सौ मिलियन हैं
विलियन में विलियन, दस विलियन स्थान है
1 मिलियन = 10,00,000, 1 बिलियन = 1,000,000,000

10 पर घात 3 लग जात। संख्या तब हजार बन जात।।
लाख बने दस (10) घाते पाँच। कोटि बने दस घातें सात।।
दस लाख कहो या मिलियन। एक अरब कहो या विलियन।।
नौ घातों का अरब कहावै। ग्यारह घात खरब बन जावें।।
तेरह शून्य हो नील में। पदुम में पन्दह होत।।
सत्रह शून्य हो शंख में। फिर अनन्त की ज्योति।।

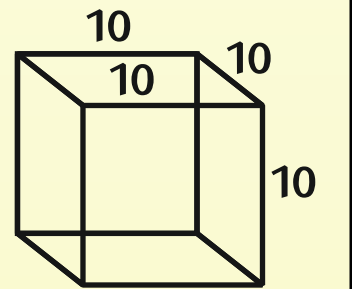
शंख	पदम	नील	खरब	द.अ.	अरब	द.क.	करोड़	दस लाख	लाख	दस ह०	हजार	सै०	द०	इ०	गणना क्रम
10^{17}	10^{15}	10^{13}	10^{11}	10^{10}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	1	स्थानीय मान

चलो बनायें लीटर



लीटर

लीटर = $(10 \times 10 \times 10)$ सेमी³ आयतन का बर्तन
10 सेमी० लम्बी, 10 चौड़ी, 10 ऊँची एक चद्वर की घनाकार आकृति बनाइल्य, 1000 घन सेमी० आयतन मिलि जात, नाप एक लीटर है शुद्धतम नपाइल्य।
एक घन मीटर की टंकी जो कहीं पे बने, एक किलोलीटर पूरा पानी भरवाय द्या,
एक-एक लीटर हजार जने पानी पियें, एक घन मीटर की टंकी बनवाय द्या।



घनाकार लीटर

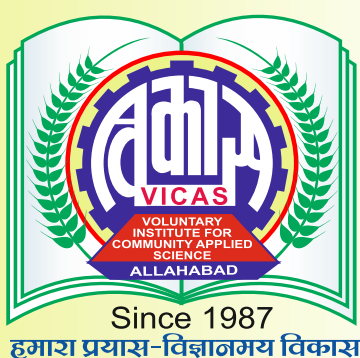
प्रश्न : एक घनाकार टंकी में 42.875 ली० पेट्रोल है। टंकी की कोर बताओ ?

$$42.875 \times 1000 \text{ सेमी}^3 = 42875 \text{ सेमी}^3$$

$$\text{एक कोर} = \sqrt[3]{42875} = \sqrt[3]{(5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7)} = \sqrt[3]{(5 \times 7)^3} = 5 \times 7 = 35 \text{ सेमी०}$$

$$1 \text{ घनमीटर} = 1000 \text{ लीटर}$$

$$1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ घन सेमी०}$$



Since 1987
हमारा प्रयास-विज्ञानमय विकास

**वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद**

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: पैमाना मीटर का (राशि लम्बाई, मात्रक मीटर)

मीटर से दस बार नापो तो डेका बनता है 10^1 मीटर
हेक्टो तो मीटर से नपता सौ बार है 10^2 मीटर
किलो में हजार मीटर या कि दस घात तीन 10^3 मीटर
मिरिया में मीटर तो होता दस हजार है 10^4 मीटर

दस घात छः मीटर से मेगा मीटर नाम पड़ा 10^6 मीटर
दस घात नौ मीटर जीगा का अधिकार है 10^9 मीटर
दस घात बारह मीटर से टेरा मीटर नाम पड़ा 10^{12} मीटर
लम्बाई का मात्रक तो मीटर तैयार है

मीटर के भाग

मीटर का दशवां भाग डेसी मी० कहलाये 10^{-1} मीटर
मीटर का सौवां भाग सेंटी मी० नाम है 10^{-2} मीटर
मिली मी० है हजारवां भाग एक मीटर का 10^{-3} मीटर
मीटर का दस लाखवां भाग माइक्रान है 10^{-6} मीटर

मीटर बटा दस घात नौ से नैनोमीटर 10^{-9} मीटर
मीटर बटा दस घात दस आंगस्ट्राम है 10^{-10} मीटर
दस घात ऋण बारह मीटर, पिको मी० है 10^{-12} मीटर
मीटर की जगह रखो लीटर या ग्राम है

	टेरा मी०	जीगा मी०	मेगा० मी०	मिरिया	किमी०	हेक्टोमी०	डेकामी०	मीटर	डेसीमी०	सेमी०	मिमी०	माइक्रान	नैनोमी०	आंगस्ट्राम	पिकोमी
मीटर	10^{12}	10^9	10^6	10^4	10^3	10^2	10^1	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-12}



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: पैमाना तौल का

किलोग्राम सबने देखा है, वहीं जहाँ पर जो रहते हैं,
वाट 10 किलो० का जो रखा, मिरिया ग्राम उसे कहते हैं।
10 मिरिया का कुन्तल होता, बोरा-बोरा चीनी तोले,
कोयला टन से तौला जाता, दस-दस कुन्तल टन-टन बोलै।

कुन्तल में 100 किलोग्राम हों, टन में होता किलो हजार,
एक किलो में दस हेक्टो है, हेक्टो में दस डेकाग्राम,
डेका में दस ग्राम होत हैं, हेक्टोग्राम बने सौ ग्राम

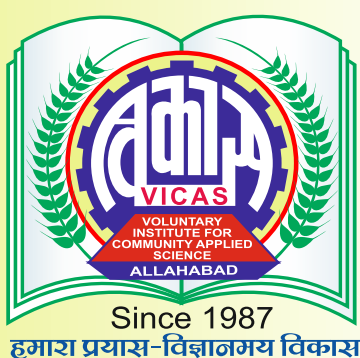
किलो का दसवां हिस्सा हेक्टो, किलो का सौवां हिस्सा डेका,
ग्राम, किलो का है हजारवाँ टुकड़ा चाहे तौल के देखा।
ग्राम का दसवाँ हिस्सा डेसी, डेसी का दसवाँ सेन्टी है,
सेन्टी का दसवाँ हिस्सा तो, मिलीग्राम के तुल्य तिली है।

टन, कुन्तल, मिरिया, किलो, हेक्टो, डेका, ग्राम,
डेसी, सेन्टी, मिली से करो तौल का काम।

भाव सूत्र

जितने सौ रुपये का कुन्तल उतने रुपये का किलोग्राम
जितने रुपये किलो वस्तु गुड़, उतने पैसे का 10 ग्राम

मात्रक	टेरा ग्रा०	जीगा ग्रा०	मेगा० (टन)	कु न्तल	मिरिया ग्राम	किग्रा०	हेक्टोग्रा०	डेकाग्रा०	ग्राम	डेसीग्रा०	सेग्री०	मिग्रा०	माइक्रोग्रा०	नैनोग्रा०	पिकोग्रा०
किग्रा०	10^9	10^6	10^3	10^2	10	1	10^{-1}	10^{-2}	10^3	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}
ग्राम	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^4	1000	100	10	1	.1	.01	.001	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वैदिक गणितीय विधि

शेष फल प्रमेय द्वारा गुणनखण्ड :-

एक, दो, तीन आदि ऋण व धन में, रखें X का कल्पित मान।
जिस मान से व्यंजक शून्य बने, वह है व्यंजक संतोषक मान ।।

- (1) विधि : X का कल्पितांक है प्रथम खण्ड, इससे व्यंजक में दीजिए भाग।
भागफल बनता खण्ड दूसरा, हो सके तो फिर खण्ड हो जात ।।
- (2) विधि शेष क्रिया : X ऋण कल्पित मान को, सभी पदों से सार्व कर डालो।
दूसरा गुणनखण्ड मिल जाता हो सके फिर खण्ड कर डालो।।
- (3) विधि : घातावरोही पद क्रम, क्रमशः लिखें गुणांक।
बारें से शुरुआत के नीचे लिखे शून्य का अंक।।

गुणांक व मान विधि :-

प्रथम गुणांक में शून्य जुड़े, कल्पित अंक से करो गुणे।
दूसरे गुणांक में गुणनफल जुड़े, कल्पित अंक से करो गुणे।।
करो अंक तक यही प्रक्रिया, शून्य बचे तो कल्पित, सच मान लिया।
गुणनखण्ड पहिला बने, X ऋण कल्पित मान।
अन्य अंक तो गुणांक है क्रमशः पद घातावरोही जान।।

उदाहरणार्थ :-

$x^3 + 4x^2 - 11x - 30$ में $x = -2$ से,

(i)	1	+4	-11	-30
	+0	-2	-4	+30

1	+2	-15	0
---	----	-----	---

$x(-2)$ $x(-2)$ $x(-2)$ शेष = 0 इसलिए $x - (-2)$ या $x + 2$ प्रथम गुणनखण्ड है

द्वितीय खण्ड के गुणांक :-

$$1 + 2 - 15$$

तथा $(1x^2 + 2x - 15)$ द्वितीय गुणनखण्ड हुआ।

अभीष्ट गुणनखण्ड :-

$$(x+2)(x^2+2x-15) = (x+2)(x+5)(x-3)$$



बालैण्डरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

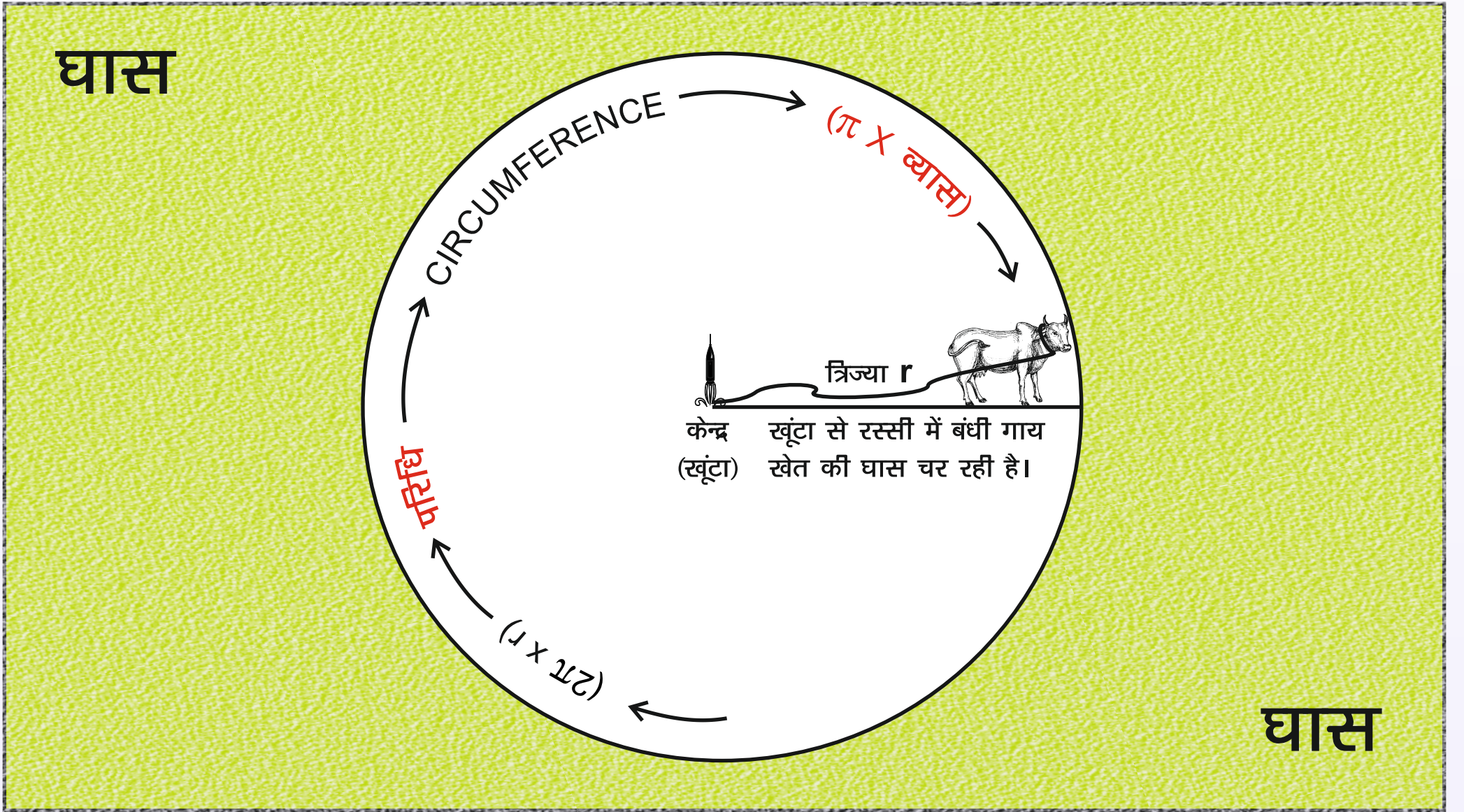
कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ मित्र ! बनायें वृत्त !

खूंटा में जैसे गाय बंधी है, घूम के चरत खेत की घास ।
वृत्ताकार आकृति वैसे, घिरनी, पहिया, कुआँ का वारि ।।

खूंटा धुरा केन्द्र कहलाता, रस्सी त्रिज्या या अर्द्धव्यास ।



वृत्त ऊँचाई व्यास कहावे, गोलाई है परिधि परिमाण ।।

वृत्त खींचना

बायें हाथ से कापी पकड़े, पकड़े दायें कर परकार। नभ में जैसे सूर्य अटल है, वैसे अटल नोक परकार।।
पेंसिल की बैसाखी बांधें, नाचें लंगड़ा गोलाकार। घूमत बैल जसत कोल्हू में, घूम के करै वृत्त तैयार।।
खूंटा में जैसे गायें बांधी, घूम के चरै क्षेत्र के घास। वृत्ताकार आकृति वैसे, घिरनी, पहिया, कुआँ का वारि।
अगर सात फुट ऊँची पहिया, तो लगती बाईस फुट हाल। तीस बार जब पहिया घूमय, दूरी चलै एक फर्लांग।।
चक्र ऊँचाई, व्यास कहावे, गोलाई है परिधि, परिमाण। खूंटा, धुरा केन्द्र कहलावे, रस्सी तीली त्रिज्या नाप।।
पहिए की आधी ऊँचाई है अर्द्ध व्यास, त्रि, त्रिज्या, आर। दूनी त्रिज्या व्यास कहावे, व्यास बराबर है दू आर।।
जितने गुना व्यास बढ़ जात। बढ़ती परिधि उसी अनुपात। जिस अनुपात में घटता व्यास। घटती परिधि उसी अनुपात।।
“किसी अचर बिन्दु से सम दूरी पर चले बिन्दु चर कोई। तब उस चर बिन्दु का पथ ही, परिधि वृत्त की होई।।



वालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: दर्पण में घड़ी का प्रतिबिम्ब

घड़ी में साढ़े नौ बजता तो दर्पण में ढाई दिखता



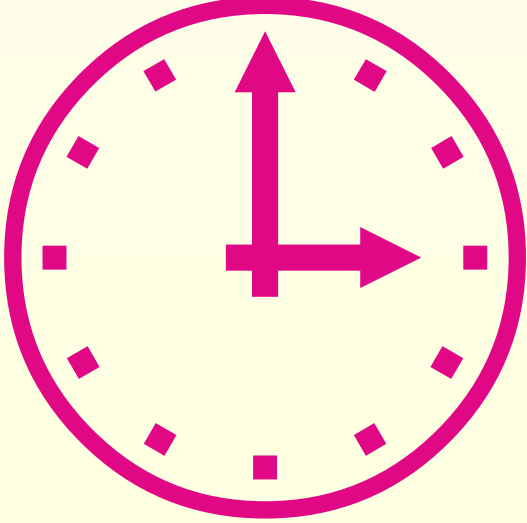
9 बजकर 30 मिनट



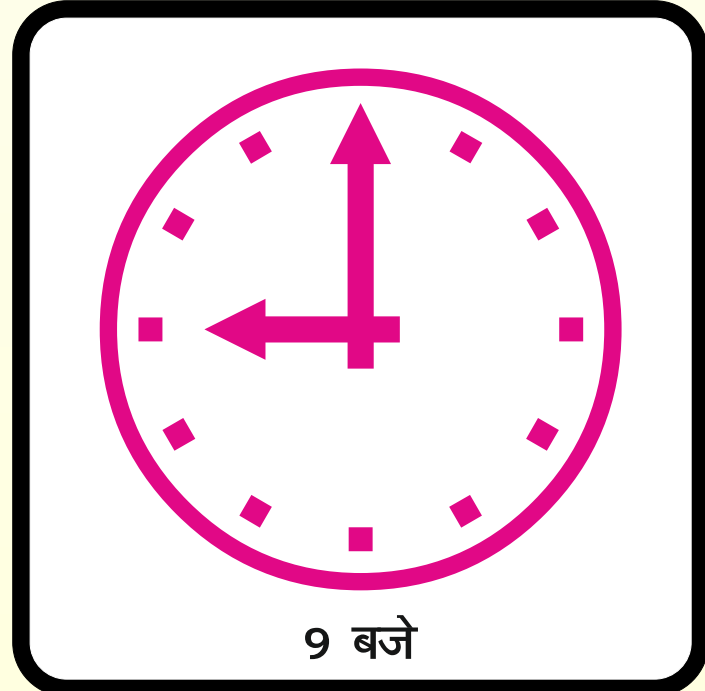
2 बजकर 30 मिनट

दर्पण

तीन बजे नौ बजे कहावे, छ या बारह वही बतावे



3 बजे



9 बजे

12 से घड़ी का समय घट जाये। दर्पण में प्रतिबिम्ब दिखाये।।



6 बजे



6 बजे

समाधान : घड़ी में 2 बजकर 10 मिनट 40 सेकेन्ड है तो
शीशे में प्रतिबिम्ब बनेगा 9 बजकर 49 मिनट 20 सेकेन्ड



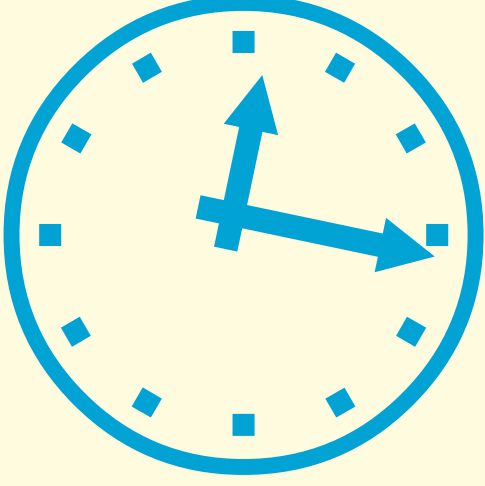
वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

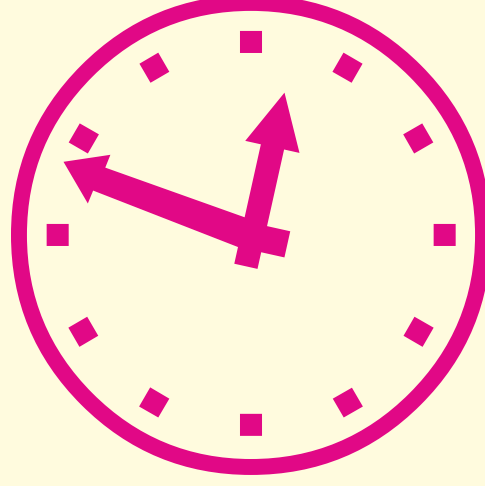
राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: घड़ी में घण्टे व मिनट की सुइयों का खेल

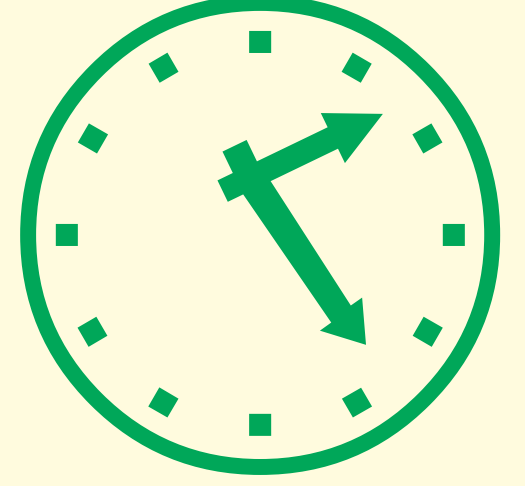
सुइयों से समकोण बने कब ?



12.16.21 सही 9/11 बजे

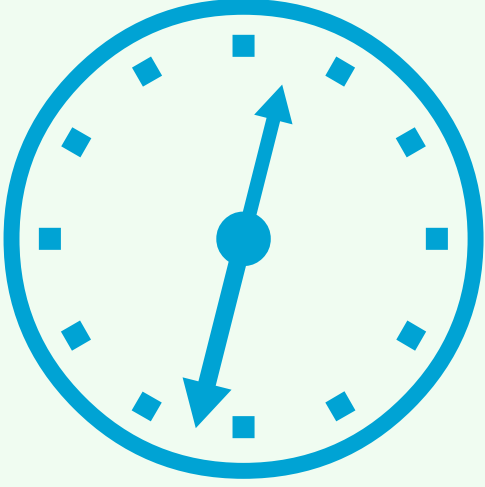


12.49.5 सही 5/11 बजे

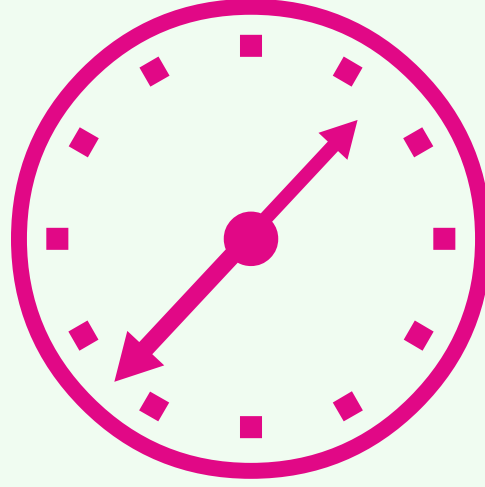


? =

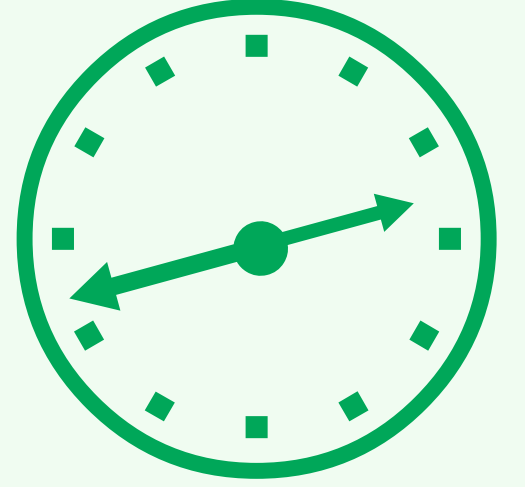
कब-कब बनाती है ऋजुरेखा ?



12.31.43 सही 7/11 बजे



1.38.10 सही 10/11 बजे

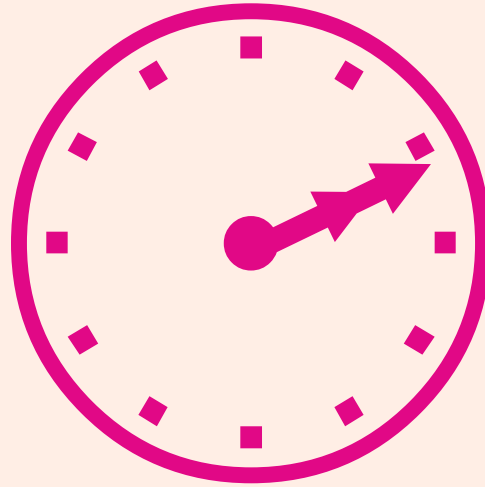


? =

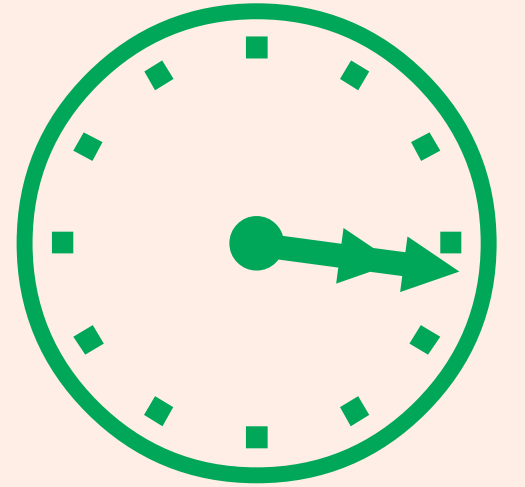
कब-कब हुई सुइयां संगम करती ?



1.5.27 सही 3/11 बजे



2.10.54 सही 6/11 बजे



? =



वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें : अनुसंधान घड़ी में घंटे व मिनट की सुइयों का खेल

अंकों को बदलती छोटी सुई हर घंटे में, पांच-पांच मिनट में बदलती बड़ी है।
तीस-तीस अंशों के अंक मध्य कोण बने, चलती अहर्निशि न थकती घड़ी है।
छोटी सुई प्रति मिनट आधा अंश घूमती तो बड़ी प्रति मिनट में घूमती 6 अंश है।
घंटा मिनट की सुइयां देखा, बारह घंटे में क्या लेखा ?

सुइयों से समकोण बने कब ? कब-कब बनती है ऋजुरेखा ?
कब-कब सुइयां संगम करती ? नियत समय का बोलो लेखा ?
बाइस-बार बने समकोण, ग्यारह बार बने ऋजुरेखा,
ग्यारह बार संगम की स्थिति नियम समय सुइयों का देखा।

प्रथम बार संगम = 12 घण्टा/11 = 1 बजकर 5 मिनट 27 सही 3/11 सेकेन्ड बजे
द्वितीय बार संगम = (12 घण्टा/11) X 2 = 2 - 10 - 54 सही 6/11 बजे
सूत्र = nवीं बार संगम = (12/11) X n बजे -----सूत्र

ऋजुरेखीय स्थिति प्रथम बार = 12 - 32 - 43 सही 7/11 सेकेन्ड बजे
द्वितीय बार = 1 - 38 - 10 सही 10/11 बजे
सूत्र = n वीं ऋजुरेखीय स्थिति = [12 (2n-1) / 22]

समकोणिक स्थिति

प्रथम बार = 12 - 16 - 21 सही 9/11 बजे
द्वितीय बार = 12 - 49 - 5 सही 5/11 बजे
सूत्र = nवीं बार समकोणिक स्थिति = [12 (2n-1) / 44]

nवीं बार 12 बजे संगम, 6ठीं 6 बजे हो ऋजुरेखा।
3 बजे षष्ठी समकोणिक, 17वीं समकोणिक 9 बजे देखा।।



वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

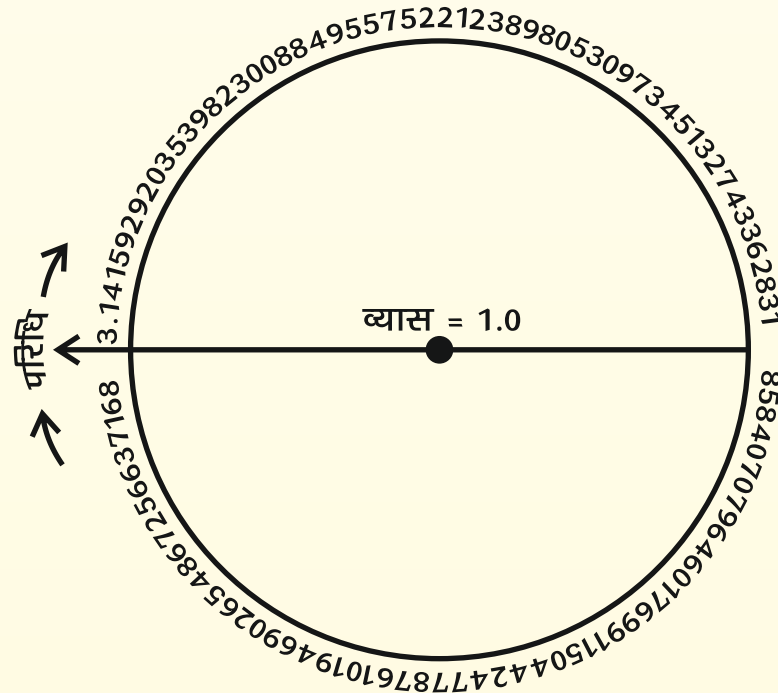
आओ जानें: पाई (π) का मान

1. π पाई वर्तमान समय में परिधि और व्यास के अनुपात को कहते हैं।
परिधि होत बाईस तब व्यास होत है सात।
पाई तो सम्बन्ध है परिधि व्यास अनुपात।।
 $\pi = \text{परिधि/व्यास} = 22/7 = 3.142857 = 3.14$ (दो अंको तक मान्य)

2. भारतीय गणितज्ञ आर्यभट्ट ने बताया कि
बासठ हजार आठ सौ बत्तीस परिधि, व्यास जब बीस हजार।
पाँच सौ ईसवीं में आर्यभट्ट ने, पाई मान पर किया विचार।।
 $\pi = 62832/20000 = 3.1416$

3. श्री शंकराचार्य गोवर्धन मठपुरी (भारती कृष्ण तीर्थजी) ने पाई का मान
दशमलव के एकतीस स्थान तक बताया।
“गोपी भाय मधुरत श्रृंग सोदधि संधिग।
खल जीवित खाता व गल हाला रसं धर।।”
प्रत्येक वर्ण को अंक देने से इसमें भगवान शिव एवं कृष्ण की वन्दना का है।
साथ पाई π का मान भी है। $\pi = 3.1415926737897932384626433832792$

4. π पाई का मान वि.नामि. “स्नेही वत्स” ने दशमलव के एक सौ बारह स्थानों तक
आवर्ती मान निकाला है।
 $\pi = \frac{355}{113} = 3.14159292035398230088495575221238938053097345132743362831$
 $8584070796460176991150442477876101946902654867256637168$
इसमें आवर्ती अंकों का योग 504 है कुल योग $504+3 = 507$ है। तीन और 6 बारह बार है
तथा 3 और 6 के अतिरिक्त प्रत्येक अंक (0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9) ग्यारह बार प्रयुक्त हैं।

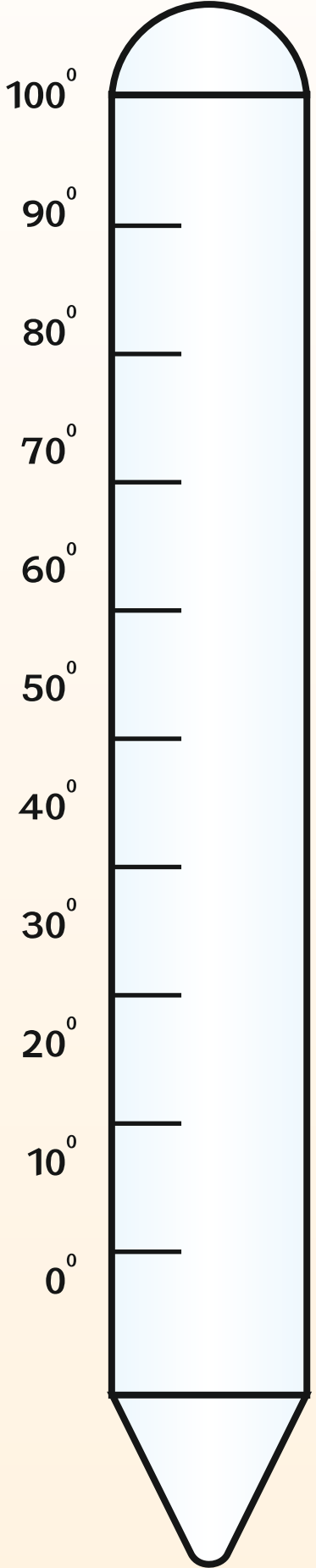


वालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: फारेनहाइट तथा सेल्सियस तापक्रमों में सम्बन्ध



$^{\circ}\text{C}$ = सेल्सियस
 0°C से 100°C तक

मानव शरीर का तापक्रम 98.6°f को $^{\circ}\text{C}$ में लिखो ?

अथवा

37°C को $^{\circ}\text{f}$ में लिखो ?

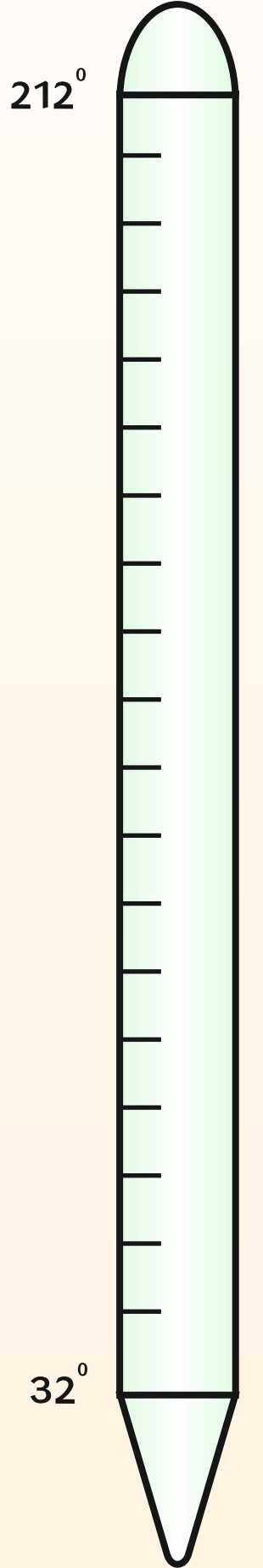
फारेनहाइट में प्रथम बत्तीस हटते घटाव।
पाँच बटा नौ से गुणा तब तो सी मिल जाय।।

$$\begin{aligned}^{\circ}\text{C} &= (^{\circ}\text{f} - 32) \times 5/9 \\ &= (98.6 - 32) \times 5/9 \\ &= 66.6 \times 5/9 \\ &= 333.0/9 \\ &= 37^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

अथवा

करो सेल्सियस में गुणा एक दशमलव आठ।
उसमें बत्तीस जोड़िये तब तो यफ बन जात।।

$$\begin{aligned}^{\circ}\text{f} &= ^{\circ}\text{C} \times 1.8 + 32 \\ &= 37 \times 1.8 + 32 \\ &= 66.6 + 32 \\ &= 98.6^{\circ}\text{f}\end{aligned}$$



$^{\circ}\text{f}$ फारेनहाइट
 32°f से 212°f तक

आश्चर्य किन्तु सत्य

प्रश्न : कितने अंश सेल्सियस एवं कितने अंश फारेनहाइट समान होते हैं ?

$$-40^{\circ}\text{C} = -40^{\circ}\text{f}$$

स्वयं गणना करके देखें।



**वालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद**

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

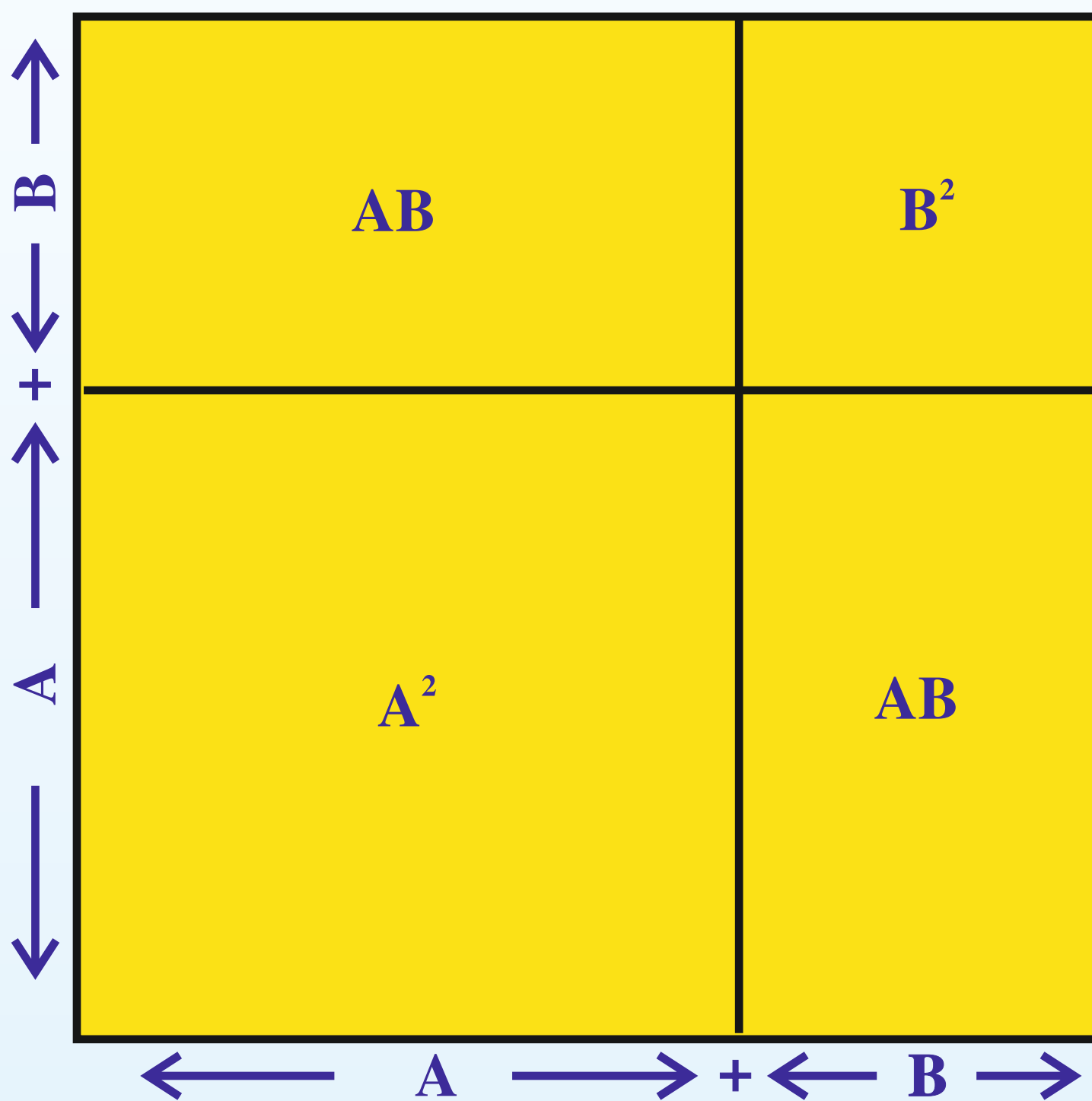
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ निगमन करना जानें

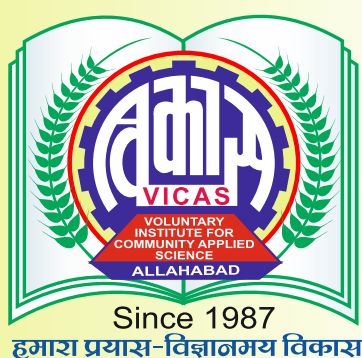
Derive $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$

$(A+B)^2$ = वर्ग का क्षेत्रफल



Area of the square = $(A+B)^2$
= 4 parts

- (i) Square Area A^2 and B^2 (वर्गों के क्षेत्रफल)
 - (ii) Area of rectangle $AB + AB$ (आयतों के क्षेत्रफल)
- Total = $A^2 + B^2 + 2AB$



वॉलेंटरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वर्तमान गणित तथा वैदिक गणित की तुलना

प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (INVERSE FUNCTION)

वर्तमान विधि -

प्रश्न : $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$

हल : L.H.S. = $\left[\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{5} \right] + \tan^{-1} \frac{1}{8}$
 $= \tan^{-1} \left[\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}} \right] + \tan^{-1} \frac{1}{8}$
 $= \tan^{-1} \left[\frac{5+2}{10-1} \right] + \tan^{-1} \frac{1}{8}$
 $= \tan^{-1} \frac{7}{9} + \tan^{-1} \frac{1}{8}$
 $= \tan^{-1} \left[\frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \times \frac{1}{8}} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{56+9}{72-7} \right]$
 $= \tan^{-1} \frac{65}{65} = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4} = \text{R.H.S.}$

वैदिक गणित विधि -

$\tan^{-1} \frac{1}{2} = \alpha, \tan^{-1} \frac{1}{5} = \beta, \tan^{-1} \frac{1}{8} = \gamma$

α के लिए आधार = 2 लम्ब = 1

β के लिए आधार = 5 लम्ब = 1

$\alpha + \beta$ के लिए आधार बनेगा $5 \times 2 - 1 \times 1 = 9$ तथा लम्ब $5 \times 1 + 1 \times 2 = 7$

γ के लिए आधार बनेगा $= 8$ तथा लम्ब $= 1$

$\therefore \alpha + \beta + \gamma$ के लिए आधार $8 \times 9 - 1 \times 7 = 65$ तथा लम्ब $8 \times 7 + 1 \times 9 = 65$

$\therefore \tan(\alpha + \beta + \gamma) = \frac{65}{65} = 1 = \tan 45^\circ = \tan \frac{\pi}{4}$ अर्थात् $(\alpha + \beta + \gamma) = \frac{\pi}{4}$

इति सिद्धम्



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वर्तमान गणित तथा वैदिक गणित की तुलना

वर्तमान विधि -

प्रश्न : 10 मीटर ऊँचे मंदिर के शिखर पर एक झण्डे का दण्ड लगा है। मन्दिर के पाद से 24 मीटर दूरी पर स्थित एक बिन्दु पर झण्डे का दण्ड $\tan^{-1} 1/8$ का कोण बनाता है। झण्डे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए ?

हल : माना BC मन्दिर तथा AB झण्डे का दण्ड है जो मन्दिर के शिखर पर लगा है।

तब, BC = 10 मीटर

माना कि मन्दिर के पाद C से 24 मीटर दूरी पर स्थित बिन्दु O पर झण्डे का दण्ड AB, α कोण बनाता है।

तब, OC = 24 मीटर

$$\text{तथा } \alpha = \tan^{-1} \frac{1}{8} \text{ या } \tan \alpha = \frac{1}{8}$$

माना BC मन्दिर तथा AB झण्डे का दण्ड है जो मन्दिर के शिखर पर लगा है।

तब, BC = 10 मीटर

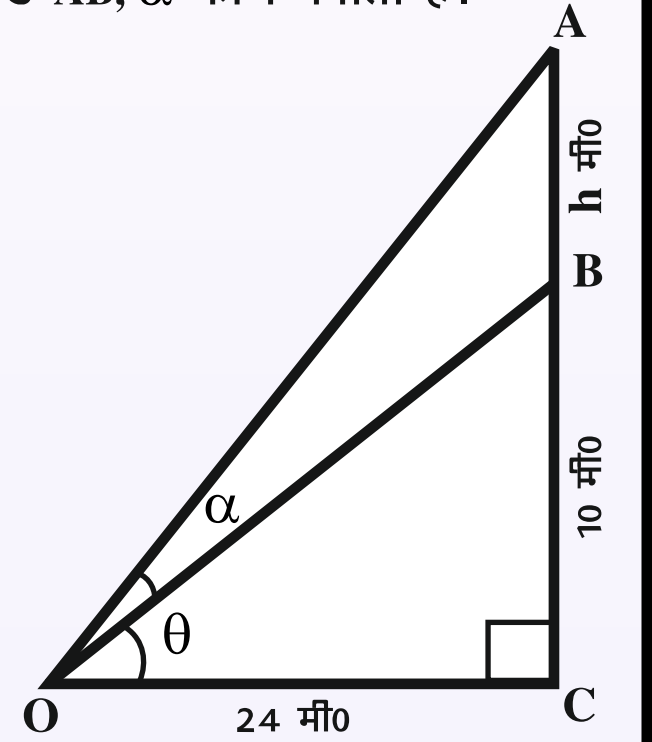
माना $\angle BOC = \theta$

$$\therefore \text{समकोण } \triangle OCB \text{ में, } \tan \theta = \frac{BC}{OC} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

माना झण्डे AB की ऊँचाई = h मीटर

पुनः समकोण $\triangle OCA$ में, $\tan (\alpha + \theta) =$

$$\begin{aligned} \text{या } \frac{\tan \alpha + \tan \theta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \theta} &= \frac{h + 10}{24} & \text{या } \frac{\frac{1}{8} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{1}{8} \times \frac{5}{12}} &= \frac{h + 10}{24} \\ \text{या } \frac{12 + 40}{96 - 5} &= \frac{h + 10}{24} & \text{या } \frac{52}{91} &= \frac{h + 10}{24} \\ \text{या } \frac{4}{7} &= \frac{h + 10}{24} & \text{या } 7h + 70 &= 96 \\ \text{या } 7h &= 96 - 70 = 26 & \text{या } h &= \frac{26}{7} = 3.71 \end{aligned}$$



अतः झण्डे की ऊँचाई = h मीटर = 3.71 मीटर

वैदिक गणितविधि - चित्रानुसार

$\tan (\alpha + \theta) =$ के लिए आधार = 24, लम्ब = h + 10
 α 8 1 दिया है।

$$\begin{array}{ccc} \text{घटाने पर} & \theta & \frac{24 \times 8 + (h+10) \times 1}{192 + h + 10} \quad \frac{(h+10) \times 8 - 24 \times 1}{8h + 80 - 24} \\ & & \frac{h + 202}{8h + 56} \end{array}$$

$$\frac{8h + 56}{h + 202} = \frac{10}{24} \text{ चित्रानुसार } = \frac{5}{12}$$

$$\therefore 96h + 672 = 5h + 1010$$

$$96h - 5h = 1010 - 672 = 338$$

$$91h = 338$$

$$h = \frac{338}{91} = \frac{26}{7} = 3.714285 \text{ मीटर} = 3.71 \text{ मीटर}$$



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वर्तमान गणित तथा वैदिक गणित की तुलना

वर्तमान विधि -

प्रश्न : $\frac{1}{4}$ तथा $\frac{1}{3}$ के बीच 4 परिमेय संख्याएं ज्ञात करो ?

$$\begin{aligned}\text{हल : } \frac{1}{4} \text{ तथा } \frac{1}{3} \text{ के बीच परिमेय संख्या} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{3+4}{12} \right] \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{24} \\ \frac{1}{4} &< \frac{7}{24} < \frac{1}{3}\end{aligned}$$

अब हम $\frac{1}{4}$ तथा $\frac{7}{24}$ के बीच परिमेय संख्या ज्ञात करेंगे जो निम्नलिखित हैं :-

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} + \frac{7}{24} \right] &= \frac{1}{2} \left[\frac{6+7}{24} \right] = \frac{1}{2} \times \frac{13}{24} = \frac{13}{48} \\ \frac{1}{4} &< \frac{13}{48} < \frac{7}{24} < \frac{1}{3}\end{aligned}$$

अब हम $\frac{7}{24}$ तथा $\frac{1}{3}$ के बीच परिमेय संख्या ज्ञात करेंगे जो निम्नलिखित हैं :-

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \left[\frac{7}{24} + \frac{1}{3} \right] &= \frac{1}{2} \left[\frac{7+8}{24} \right] = \frac{1}{2} \times \frac{15}{24} = \frac{15}{48} = \frac{5}{16} \\ \frac{1}{4} &< \frac{13}{48} < \frac{7}{24} < \frac{5}{16} < \frac{1}{3}\end{aligned}$$

अब हम $\frac{5}{16}$ तथा $\frac{1}{3}$ के बीच परिमेय संख्या ज्ञात करेंगे जो निम्नलिखित हैं :-

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \left[\frac{5}{16} + \frac{1}{3} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{15+16}{48} \right] = \frac{1}{2} \times \frac{31}{48} = \frac{31}{96} \\ \frac{1}{4} &< \frac{13}{48} < \frac{7}{24} < \frac{5}{16} < \frac{31}{96} < \frac{1}{3}\end{aligned}$$

उत्तर = अतः $\frac{1}{4}$ तथा $\frac{1}{3}$ के बीच परिमेय संख्या $\frac{13}{48}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{31}{96}$ (जो समान्तर श्रेणी नहीं है
अतः उत्तर सुसंगत नहीं है)

वैदिक गणितविधि -

$\frac{1}{4}$ तथा $\frac{1}{3}$ के हर 4 व 3 हर हैं।

समान हर बनाने पर $\frac{3}{12}$ तथा $\frac{4}{12}$ हुआ।

अब 4 पद भरना है इसलिए 5 से गुणा व भाग करने पर

$\frac{3 \times 5}{12 \times 5}$ तथा $\frac{4 \times 5}{12 \times 5}$ अर्थात् $\frac{15}{60}$ तथा $\frac{20}{60}$ बना

इनके बीच में $\frac{16}{60}$, $\frac{17}{60}$, $\frac{18}{60}$, $\frac{19}{60}$ (जो समान्तर श्रेणी में भी है) = उत्तर



वालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: शून्य के महत्व

वह कौन सा अंक है? सब का उत्तर = 0 शून्य (Zero)

1. जिनके शामिल हो जाने से प्राकृतिक संख्यायें पूर्ण संख्यायें बन जाती है ?
2. जिनका स्थानीयमान व जातीय मान सदा समान रहता है ?
3. जिनसे गुणित होने पर सभी संख्यायें वही हो जाती है ?
4. जिनका पर्यायवाची शब्द 'ख' भी हो सकता है ?
5. जिससे दाशमिक प्रणाली प्रचलित हो सकी ?
6. जो स्वयं संख्या बनने पर अस्तित्व हीन रहता है ?
7. जिससे भाग देने पर कोई प्राकृतिक संख्या अनन्त मान देती है ? $a/0 = \infty$
8. जिनमें 1 जुड़ने पर धन पूर्णांक व 1 घटने पर ऋण पूर्णांक प्राप्त होता है ?
9. जो किसी भी संख्या की घात बनने पर मान 1 देता है ? $a^0 = 1$
10. क्या उपर्युक्त 9वों प्रश्नों का उत्तर, इस प्रश्न संख्या में है ?
11. 'गणित का जादूगर' किस अंक को कहा जाता है ?
12. जिसका क्रमगुणित मान (Factorial Value) एक है ? $0! = 1$
 $n_{\text{क}} = n!/(n-n)! = n/0! \text{ किन्तु } n_{\text{क}} = n! \quad n_{\text{क}} = {}^n\text{C}_n$
 $n! = n!/0! \text{ अथवा } 1 = 1/0!$
 $0! = 1$
13. 'जब समुच्चय एक समान है तब उस समुच्चय का मान शून्य होता है।' (शून्यं साम्य समुच्चये)

कुछ उदाहरण

1. $(क+7)(क+9) = (क+3)(क+21)$ यहाँ $7 \times 9 = 3 \times 21 \therefore क = 0$
2. $\frac{1}{2क-1} + \frac{1}{3क-1} = 0 \therefore 5क - 2 = 0$
3. $(क-3)^3 + (क-9)^3 = 2(क-6)^3 \therefore (क-3) + (क+9) = 2क-12 \therefore क-6=0$
14. वह कौन सा कोणांश है जिसका ज्या (Sinθ) और स्प (tanθ) का मान वही होता है।
 $\text{Sin } 0^\circ = 0, \quad \text{tan } 0^\circ = 0$



बालैण्डरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: संख्या 1 के महत्व

1. एक है प्रथम धन पूर्णांक $I^+ = 1, 2, 3, \dots$
2. सबका होता 1 गुणांक, $k = 1$ क
3. सब पर एक घात होती है, $k = k^1$
4. सबका एक विभाजक होता, $k \div 1 = k = k/1, 10 = 10/1$
5. गुणन क तत्सत्मक अवयव 1 है, $k \times 1 = k, 10 \times 1 = 10$
6. अन्तर 1 क्रमागतहोता, $k - 1, k, k + 1, k + 2, \dots, \infty, 1 \angle 2 \angle 3 \angle 4 \dots \infty$
7. एक पर चाहें जितनी घातें उसका मान 1 ही होता $1^n = 1$
8. एक का कोई मूल निकालो 1 का मूल 1 ही होता $= \sqrt[n]{1} = 1$
9. जितनी संख्या उतने आधार, लघुगणक बराबर 1 विचार, $\log_a a = 1, \log_a a = 1$
10. घात शून्य कोई आधार, मान बराबर 1 विचार, $k^0 = 1$
11. ऐकिक नियम 1 पर आश्रित सभी वस्तु का भाव बताता।
12. पूर्णांक बटा 1 करने से, पूर्णांक परिमेय दिखाता।। $k = k/1$
13. एक बिन्दु जब जैसा चलता, एक गमन पथ वैसा बनता।
14. एक एक मिलि बने अनन्त, एक-एक घट होते अन्त।। $1+1+1+1+\dots = \infty$ (अनन्त)
15. गुरुत्व केन्द्र भू-भार जमा। एक ब्रम्ह, एक जीव आत्मा।। $\infty - 1 - 1 - 1 - \dots = 0$
16. (शिष्यते शेष संज्ञा) जैसे जैसे हर (भाजक) एक विशिष्ट अनुपात में बढ़ता है।
 $1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64$, भजनफल उसी अनुपात में कम होता है।
परन्तु शेष नहीं बदलता और इसीलिए इसे (ठीक ही) शेष कहते हैं।

(शिष्यते शेष संज्ञा) यथा

$$\frac{65}{2} = 32 \frac{1}{2}, \frac{65}{4} = 16 \frac{1}{4}, \frac{65}{8} = 8 \frac{1}{8}, \frac{65}{16} = 4 \frac{1}{16}, \frac{65}{32} = 2 \frac{1}{32}, \frac{65}{64} = 1 \frac{1}{64}$$

इसमें हम देखते हैं कि शेष हमेशा 1 ही बचता है।

17. क्रमगुणित शून्य (Factorial Zero) $0! = 1$ एक



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें वर्गमूल 10 का महत्व

गणनानुसंधान :-

1. $\sqrt{10} = 3.1622776601688.....\infty$ के प्रयोग से विचार करने पर ज्ञात होता है कि
 - 1 अंक की बड़ी से बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या 9 का वर्गमूल = 3
 - 3 अंकों की बड़ी से बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या 961 का वर्गमूल = 31
 - 5 अंकों की बड़ी से बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल = 316
 - 27 अंकों की बड़ी से बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल = 31622776601688
 - तथा इन वर्गमूलों में 1 जोड़ने से
 - 2 अंकों की छोटी से छोटी पूर्ण वर्ग संख्या 16 का वर्गमूल = 4
 - 4 अंकों की छोटी से छोटी पूर्ण वर्ग संख्या 1024 का वर्गमूल = 32
 - 6 अंकों की छोटी से छोटी पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल = 317
 - 28 अंकों की छोटी से छोटी पूर्ण वर्ग संख्या ... का वर्गमूल = 31622776601689

सूत्र 1 n विषम स्थानों (अंकों) की बड़ी से बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल 10 से मिली। $(\sqrt{10}) (10)^{(n-1)/2}$ में पूर्णांक अभीष्ट वर्गमूल

यथा 7 अंकों की बड़ी से बड़ी पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल = $\sqrt{10} \times 10^3 = 3162$

सूत्र 2 n सम स्थानों की छोटी से छोटी $(n-2)/2$ पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल बोलो जी। $(\sqrt{10}) (10)$ में पूर्णांक + 1
“एक कम स्थान की बड़ी से बड़ी, वर्ग के वर्गमूल में अंक 1 जुड़ी,

यथा 8 अंकी या न्यूनतम वर्ग का वर्गमूल
= $(\sqrt{10}) (10)^3$ में पूर्णांक + 1 = 3162, +1 = 3163

प्र01 है 3 अंकों की अधिकतम वर्ग संख्या में छात्र
वर्गाकार में अगर बैठें तो प्रत्येक पंक्ति में कितने छात्र = 31

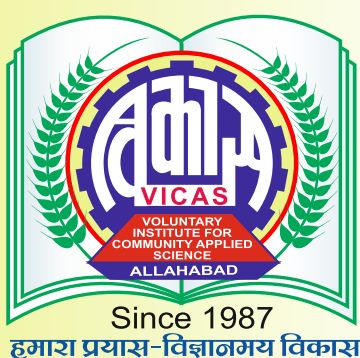
प्र02 4 अंकों की न्यूनतम वर्ग संख्या में फूल
पौधे वर्गाकार लगे हो, प्रति पंक्ति में कितने फूल = 32

प्र03 1, 3, 5 विषम अंकीया न्यूनतम वर्ग संख्यायें = 1, 100, 10000,
वर्गमूल = 1, 10, 100,
“वर्ग में 10 की जितनी घात, वर्गमूल में दिखती आधी घात”

प्र04 2, 4, 6,अंकों की अधिकतम वर्ग संख्यायें = 81, 9801, 998001,
वर्गमूल = 9, 99, 999,

$\sqrt{10}$ के आधार पर हम कह सकते हैं कि

$$\log_{10} 31622776601688 = 13.5$$



**बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद**

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वैदिक गणितीय घनमूल का जादू

मन्त्र :

इकाई देख इकाई आवे देख हजार दहाई पावै
एक, आठ सत्ताइस, चौसठ व एक सौ पच्चीस,
दो सौ सोलह, तीन सौ तैंतालीस, पांच सौ बारह, सात सौ उन्तीस

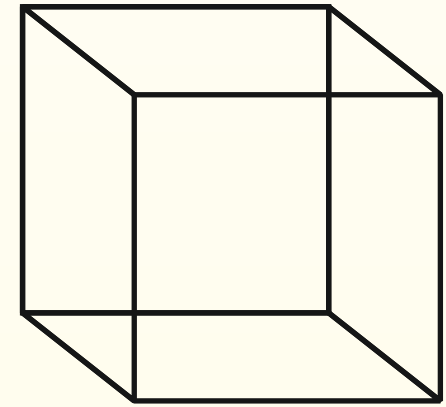
एक से नौ तक के अंकों की घन संख्यायें याद कीजिये,
दस लाख तक घन संख्या का मौखिक घनमूल निकाल लीजिये।

10^3	9^3	8^3	7^3	6^3	5^3	4^3	3^3	2^3	1^3
1000	729	512	343	216	125	64	27	8	1

नियम बड़ा ही है आसान, प्रश्न देखते उत्तर आता,
केवल इकाई से मतलब है फिर हजार से रखो नाता।

नियम :

घन की मात्र इकाई देखो, हो घनमूल इकाई ज्ञात,
2 व 8 परस्पर बदलो तथा परस्पर 3 व 7
शेष इकाई वही उतारो, फिर हजार अंकों पर ध्यान,
देखो हजार को लिखो दहाई, है घनमूल बहुत आसान



घन की इकाई	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
तो घनमूल की इकाई	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9
घन का हजार	1-7	8-26	27-63	64-124	125-215	216-342	343-511	512-728	729-999	
घनमूल की दहाई	1	2	3	4	5	6	7	8	8	

$$\sqrt[3]{493039} = \sqrt[3]{79 \times 79 \times 79} = 79$$

उदाहरण :

पूर्णघन	175616	4913	42875	778688	5832	405224
घनमूल	5 6 1 7	3 5	9 2	1 8	7 4	

1. एक घनाकार सन्दूक में 493039 घनाकार गुटके भरे हैं, प्रत्येक पंक्ति में कितने गुटके हैं ? 79
2. एक घनाकृति का आयतन 79507 घन सेमी हैं तो एक भुजा की लम्बाई बताइये ? 43

वैदिक गणितीय विधि से घनमूल निकालें और बीच के खाली स्थान को भरें।

1. 3***3
2. 4***9
3. 2***7



**वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद**

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

भारतीय गणित का इतिहास

जैसे मोर की कलंगी ऊँची , है मणि सर्प-शीर्ष स्थान।
वैसे गणित की महिमा ऊँची , कहते शास्त्र वेद वेदांग॥
आदि विज्ञानी वाल्मीकि मुनि, भारत के गणितज्ञ महान।
रवि-प्रकाश की सप्त रश्मियां, सप्त काण्ड में ज्योतिर्मान॥

मुनिवर व्यास देवऋषि नारद, बौधायन, शुक, आपस्तम्ब।
ए गणितज्ञ और वैज्ञानिक, थे त्रिकाल गणना स्तम्भ॥
नामाक्षर के अंक बताते, भूमध्य पृथ्वी का त्रिज्यांक॥
ऐसे तुलसी वन्दनीय है, त्रिज्या बन नापे ब्रह्माण्ड॥

भूमध्य रेखा पर पृथिवी की त्रिज्या = 6370 किमी० (637 तुलसी का अंक)

अंकगणित पहले विकसित हुई, देखें अगर गणित का इतिहास।
अंक बीज है देन हिन्द की, अरब यूनान में किये प्रकाश॥
दाशमिक स्थान मान पद्धति को, खोजा पहले भारत वर्ष॥
शून्य की खोज किया जब भारत, हुआ विश्व को विष्मय हर्ष॥

शून्य का पिंगल छंद सूत्र में, दो सौ ईसा पूर्व (200 ई.पू.) प्रयोग।
वक्षाली नामक पुस्तक में, शून्य का व्यावहारिक उपयोग॥
यूनान गणित के स्वर्णिम युग में, बीजगणित नहीं नाम निशान।
ज्यामिति विधि से हल करके वे, पाते थे बीज पदों के मान॥

शून्य की खोज किया था जिसने, था उसको इस सृष्टि का ज्ञान।
भारत से पाया विश्व शून्य को, आकृति नाम चिन्ह स्थान॥
वेदों में सब ज्ञान भरा है, भूत भविष्य और वर्तमान।
छहों अंग में मुख्य है ज्योतिष, ज्योतिष में मुख्य गणित-सिद्धान्त॥



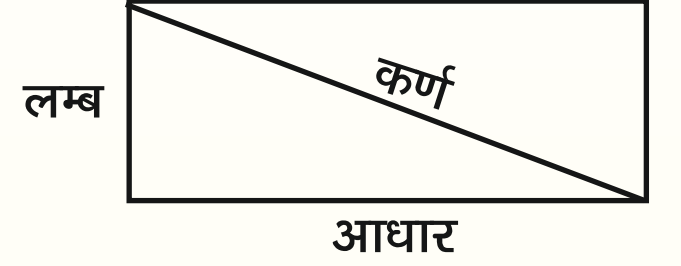
वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वैदिक गणित का इतिहास

दो क्षेत्रों के योग सम, क्षेत्र तीसरा ज्ञात।
आयत लम्बाधार व कर्ण वर्ग विख्यात।।



जैन-बौद्ध-काल

सूर्य प्रज्ञप्ति का समय था जैन बौद्ध का काल।
जैनीय दर्शन से खुला, मुक्ति रहस्य का द्वार।।

गणना व संख्यान का बौद्ध ग्रंथ विस्तार।

जैन ग्रंथ में लघुगणक मूलभूत आधार।।

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 अंकों को अरब के लोग हिंदसा कहते हैं।

वैदिक गणित का शैशवकाल 350 ई.पू. से 400 ई.पू. तक
महर्षि वेद व्यास – नारद विष्णु पुराण 300 ई.पू.

परार्ध	मध्य	अन्त्य	जलधि	शंकु	निखर्व	खर्व	अर्वुद	कोटि	द.को.	दसलक्ष	लक्ष	अयुत	सहस्र	सौ	दस	एक
10^{17}	10^{16}	10^{15}	10^{14}	10^{13}	10^{12}	10^{11}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

जैन दार्शनिक उमास्वाति 135 ई.पू., बराह मिहिर 500 ई.पू.

पैंतीस सौ ईशापूर्व से चार सौ ईसा वाद।
वैदिक गणित का शैशव काल विश्व विख्यात।।

बराह मिहिर ने लिखा था पंच सिद्धान्तिका ग्रन्थ।
सूर्य वशिष्ठ पितामह तीन मुख्य सिद्धान्त।।

है वक्षाली गणित के जो पन्ने अवशेष।
भिन्न-वर्ग-त्रैराशिक-ब्याज के नियम विशेष।।

ग्रन्थ गणितानुयोग सूर्य सिद्धान्त आदि।
लुप्त हो चुके हैं मात्र कुछ पृष्ठ प्राप्त हैं।

जैन ग्रंथ में प्रशस्ति सूर्य चन्द्र जम्बू द्वीप।
पीतवत्यु टीका उत्तराध्ययन आदि है।

सूत्र स्थान अंग पाँच भाँति के अनन्त।
अनुपयोग में तो चार भाँति के प्रमाण हैं।

एक सौ पैंतीस ईशा पूर्व उमा स्वाति जैन
लिखे तत्त्वार्थ अधिगम सूत्र भाष्य हैं।



वॉलेंटैररी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वैदिक गणित का इतिहास

‘भूतं भव्यं भविष्यच्च सर्वं वेदात् प्रसिद्धयति।
मोर शिखा व नागमणि उभयशीर्ष स्थान॥
वेद शास्त्र के अंग में गणित है सर्व प्रधान।’

श्री ऋग्वेद है वेद ज्येष्ठतम्।
अन्य यजुः व साम अथर्व क्रम॥

चारिउ वेदन्ह षट् अंगानि।
ज्योतिष वेद ज्योति नेत्राणि॥

ज्योतिष त्रय स्कन्ध प्रकाशक।
गणित-सिद्धान्त, संहिता, जातक॥

वेद के छः अंग

“मुखं व्याकरणं तस्य, ज्योतिषं नेत्रं उच्यते।
निरुक्तं श्रोत्रमुद्दिष्टं, छन्दसां विचितः पदे।
शिक्षा घ्राणं तु वेदस्य, हस्तौ कल्पान् प्रचक्षते॥

ऐतरेय ब्राह्मण के मंत्रम्।
उदय अस्त बिना सूर्य स्वतंत्रम्॥

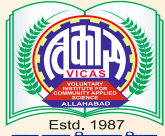
दुण्डिराज दैवज्ञ स्मरणम्।
जीवन ज्ञान जातकाभरणम्॥

ग्रह-नक्षत्र-गति-स्थिति, काल-गणन का ज्ञान।
वेदांग का ज्योतिष काल है, भृगु संहिता प्रमान॥

पूर्व पाँच हजार साल वैदिकीय काल रहा,
दाशमिक प्रथा-चलन ऋचाओं में आया है।
अंक गणना विकास व्यक्त रूप में प्रथम,
बीज रूप ईश अव्यक्त कहलाया है।
शुल्ब सूत्रकार बौधायन प्रमेय प्रमुख,
भुज कोटि कर्ण अनुपात बतलाया है।
वृत्त के समान वर्ग, वर्ग के समान वृत्त,
दीर्घवृत्त विधि यज्ञ वेदियों में आया है।

$$\text{भुज}^2 + \text{कोटि}^2 = \text{कर्ण}^2 \text{ (बौधायन)}$$



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वैदिक गणित की ऐतिहासिक झलक

वेदकाल आदिकाल शून्य मनन काल
ईशा से हजारों साल पहले का काल है।

वेद ऋक् व यजुर् साम व अथर्व चार
ज्योतिष ही वेद ज्योति नेत्र है मशाल है।

ज्या का अर्थ पृथ्वी है। ज्यामिति है भूमि माप
लम्ब कर्ण अनुपात शुद्ध नाम “ज्या” लहे।

वेदियों के माध्यम से बहुफलकीय ठोस
भुजा-क्षेत्र-आयतन माप शुल्ब काल है।।

वैदिक गणित का स्वर्ण युग

(मध्य काल 400 से 1200 ईसवी)

आर्यभट्ट प्रथम-ब्रह्मगुप्त-भास्कराचार्य

ईसवी चार सौ वाद से, बारह सौ ईशा वाद।
वैदिक गणित का स्वर्ण युग, किया विश्व आबाद।।

आर्यभट्ट ब्रह्मगुप्त व भास्कराचार्य प्रधान।
वैदिक विधि सिद्धान्त का किये उजागर ज्ञान।।

आर्यभट्ट प्रथम-476 ई०

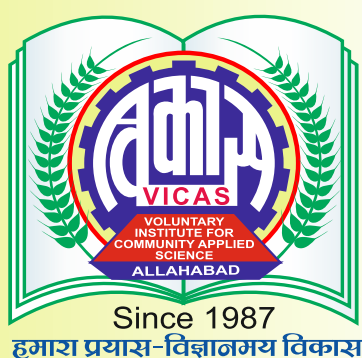
गणितपाद के तैंतीस श्लोकों का ज्ञान।
मूलगणित सिद्धान्त का सार रूप वरदान।

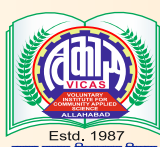
आदिपाद है गणित का, अंतिम ज्योतिष पाद।
प्रथम पाद दशगीतिका संख्या-अक्षर नात।।

अ दशघाते शून्य है आ दस घाते एक। अ = 10^0 , आ = 10^1
दस घाते सत्रह बने औऽ का अंक विवेक औऽ = 10^{17}
अ आ इ ई औ औऽ
 10^0 10^1 10^2 10^3 10^{16} 10^{17}

एक	दस	शतं	सहस्रं	अयुतं	नियुतं	प्रयुतं	अर्वुदं	न्यर्वुदं	समुद्रं	मध्यं	अन्तःपराद्धः
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^{11} 10^{12}

दशमलव प्रणाली यजुर्वेद संहिता कण्डिका 2-3 अध्याय-17



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में

भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर

गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आर्यभट्टीय वर्णक

क एक ख दो इस तरह म संख्या पच्चीस।
आगे क्रम य तीस है र क्रमांक चालीस।।
आर्यभट्ट एक शब्द में लिखे अंक बड़वार।
'ख्युघृ' मान तैंतालिस लाख व बीस हजार।।

क	ख	ग		भ	म
1	2	3		24	25
य	र	ल		स	ह
30	40	50		90	100

ख्यु घृ = (ख् + य्)उ + घ = ऋ

$(2 + 30) \times 10^4 + 4 \times 10^6 = 43, 20, 000 = \text{एक चतुर्युगी वर्ष संख्या}$

वर्णक की दाशमिक पद्धति

सूत्र "कादि नौ, टादि नौ, पादि पंचक, याद्यष्टक, क्षःशून्यम्।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
क	ख	ग	घ	ङ	च	छ	ज	झ	ञ	= क आदि नौ
ट	ठ	ड	ढ	ण	त	थ	द	ध	न	= टादि नौ
प	फ	ब	भ	म	-	-	-	-	-	= पादि पंचक
य	र	ल	व	श	ष	स	ह	-	क्ष	= याद्यष्टक क्षः शून्यं

π का मान = परिधि / व्यास = 62832 / 20000 = 3.1416 – आर्यभट्ट

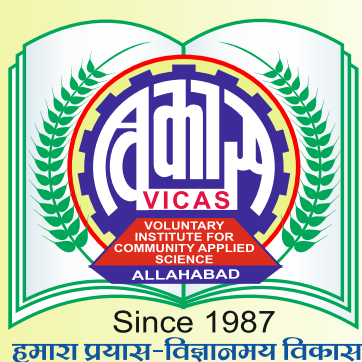
400 ई. श्री भास्कराचार्य प्रथम

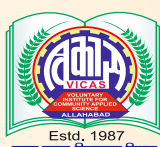
पाँच सौ ईसवी लौं पूर्व मध्य काल रहा।
आज की त्रिकोणमिति विकसित थी तभी।

संहिता में जातकों में शास्त्र व पुराणन में
खूब प्रचलित रही दाशमिक पद्धति।

घन व घनाभ प्रिज्म शंकु व पिरामिड
वृत्त गोला बेलन की गणना रहीसभी।

गणित का आदिकाल सूर्य प्रज्ञप्ति काल
'सूर्य स्थिर' गतिमान सदा पृथ्वी।।



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

श्री भास्कराचार्य प्रथम

महाभास्करीयः तथा ग्रन्थ महासिद्धान्तः।
श्री भास्कराचार्य के कूटक बने दृष्टान्तः॥

श्री ब्रह्मगुप्त – 628 ई०

“वह व्यक्ति गणक है जिसे 8 व्यवहार व 20 क्रियाएं ज्ञात हों”

ब्रह्मगुप्त की गुणोत्तर श्रेणी।
वैदिक गणना शुल्ब विवरणी॥
छ सौ अट्ठाइस सन् ईशान्तः।
ब्राह्मस्फुट है गणक सिद्धान्तः॥

गणना के 8 व्यवहार

मिश्रक व्यवहार व श्रेढियाँ क्षेत्र व चिति व स्वातः।
छाया, राशिक, क्रकचिका हैं व्यवहार ए आठ॥

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------|--------------------|
| 1. Compound Interest | 2. Series | 3. Area | 4. Cuboid |
| 5. Volume | 6. Height & Distance | 7. Proportions | 8. Division Solids |

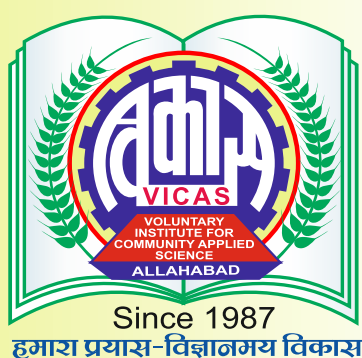
20 क्रियाएं

संकलन व्यवकलन प्रयुत्पन्न भागहार।
वर्ग वर्गमूल घन घनमूल की क्रिया।
जातिभाग व प्रभाग, भाग भाग, भागमातृ
भागापवाह, भाग अनुबन्ध जातियाँ।
राशिकों में त्रय व्यस्तत्रय पंच सप्त नव
भाण्ड प्रतिभाण्ड गणितीय बीस ही क्रिया।
बीसों ये क्रियाएं जाने जाने व्यवहार आठ
गणक वही है ब्रह्मगुप्त खुलें सिद्धियाँ॥

850 ई. महावीराचार्य

आठ सौ पचास सन श्री महावीर जैन
ग्रंथ जो गणित सार संग्रह बना दिये।
गणना समुद्र मध्य शब्द रूपी जल भरा
आठ अध्याय अष्ट तट वे दिखा दिए।
भिन्न की क्रियाएं तहाँ मछली का रूप धरे
गूढ़ प्रश्न वाले ग्राह कुल वे बसा दिए।
लहरें उठति तहाँ सदा त्रैराशिकों की
मिश्र प्रश्न का समूह मोती चमका दिए॥

क्रमशः



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

श्री महावीराचार्य

क्षेत्रफलीय प्रश्न फैले हैं पाताल तक
घनफल रुपी रेत गिनना सिखा दिए।
छाया अध्याय जहाँ ज्वारसा उमड़ता है
ज्योतिर्लोक व्यवहार जीवा ज्या जला दिये।
गूढ़ गूढ़ प्रश्नों को पढ़ते प्रसन्न मन
समाधान हेतु नियम सत्र वे बना दिए।
त्रैलोक्य वस्तु का अस्तित्व है गणित पर
मध्यकाल शुद्ध स्वर्णकाल है गिना दिए।।

श्रीधराचार्य 850 ई०, आर्यभट्ट द्वितीय 950 ई०, श्रीपति मिश्र 1039 ई०

आठ सौ पचास सन श्रीधराचार्य मुनि
ग्रंथ त्रिं पंच नवशतिका प्रधान हैं।
मिश्र द्विघाती समीकरणों का हल सूत्र
बीजगणितं पीटागणितं प्रमाण हैं।
ग्रंथ महासागरीय लिखे आर्यभट्ट द्वितीय
मुख्यतः कुटक हल और पाई मान हैं।
गणित तिलक और सिद्धान्त शेखरः
श्रीपति मिश्र ग्रंथ गाते गुणगान हैं।।

भास्कराचार्य द्वितीय 1114 ई. – शक सम्वत् 1036

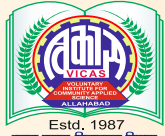
मध्यकाल के भास्कर द्वितीय भास्कराचार्य
किए व्यवस्थित गणित की हर शाखा के कार्य।
हर शाखा के कार्य अंक व बीज व रेखा।
चलन, कलन, गोला त्रिकोणमिति सारिणी लेखा।
बीजगणित, सिद्धान्त शिरोमणि, लीलावति खासकर।
स्वर्णकाल स्तम्भ प्रमुखतम् रहे भास्कर।।

भास्कराचार्य जी के ग्रंथ सिद्धान्त शिरोमणि व लीलावती को पढ़कर पाश्चात्य गणितज्ञ
वियर स्ट्रास ने लिखा है। –

"A mathematician" who is not some thing of a poet, is not complete mathematician"

वियर स्ट्रास



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

नेमीचन्द्र चक्रवर्ती 11वीं शती

चक्रवर्ती का गोम्मत सार।
समुच्चय क्रम प्रमेय विस्तार।।

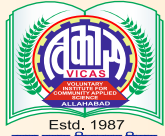
‘लीलावती’ के प्रश्न नारद पुराण के हैं

पुराण संहिताएं ‘वत्स’ ज्ञान के भण्डार हैं।
‘पारद संहिता’ ग्रन्थ विश्व में सर्वोत्कृष्ट
पाँच प्रकार पारा के प्रयोग भी हजार हैं।
वैमानिक अभियांत्रिकी में भारत का अग्रगण्य
मुनिवर भारद्वाज जी विमान रचनाकार है।
विश्व में पताका लहराते पूर्व गणकों को
‘स्नेही विनामि वत्स’ करते नमस्कार हैं।।

जयपुर का जन्तर मन्तर (बेधशाला)

ग्रह नक्षत्र उदयास्त ग्रहण गति, स्थिति ज्ञान है जिस पर निर्भर।
मौसम काल खगोल पिण्ड की, गणना करता जन्तर-मन्तर।।
विज्ञान गणित ज्योतिष प्रेमी जयसिंह द्वितीय जयपुर नरेश।
बनवाए पूरे भारत में पाँच बेधशालाएं विशेष।।
हिन्दू मुस्लिम ज्योतिषियों में, ग्रह दशा दिशा में बहस छिड़ी।
ग्रह की स्थिति स्पष्ट हुई, सम्राट यंत्र है सूर्य-घड़ी।।
सत्रह सौ चौबीस सन में पहला दिल्ली में बना जन्तर-मन्तर।
फिर जयपुर मथुरा काशी व उज्जैन बना जन्तर-मन्तर।।
सन दो हजार दस के अगस्त में, यूनेस्को ने लिख डाला।
विश्व धरोहर की सूची में, शामिल जयपुरी बेधशाला।।



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

वैदिक गणित का उत्तरकाल

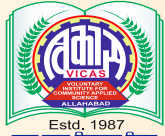
नारायण पण्डित 1356 ई., नीलकण्ठ 1587 ई., कमलाकर 1608 ई.,
सम्राट जगन्नाथ 1730 ई.

बारह सौ ईसवीं से ईसवीं अठारह सौ
उत्तरकाल टीकाकाल कहलाता है।
ग्रन्थ गणित कौमुदी को लिखा है नारायणने
ताजिक नीलकण्ठी नीलकण्ठ गुण गाता है।
सिद्धान्त तत्व विवेक कमलाकरीय
शंकर पारशव का ग्रंथ लीलावती व्याख्या है।
सम्राट जगन्नाथ सम्राट सिद्धान्त ग्रंथ
ज्येष्ठ देव विरचित ग्रंथ युक्ति भाषा है।

वर्तमानकाल 1800 ई. से अब तक
नृसिंह देवशास्त्री 1831 ई., श्रीनिवास रामानुजन् 1887 ई.,
शंकराचार्य स्वामी कृष्ण तीर्थ भारती
(1884–1960 ई.), सुधाकर द्विवेदी 1860 ई.

नृसिंह देवशास्त्री, सुधाकर द्विवेदीजी
उन्नीसवीं शताब्दी के गणित सृजनहार थे।
गणना सिद्धान्त के विलक्षण सूत्रकार
श्रीनिवास रामानुजन् प्रतिभा साकार थे।
वैदिक गणित विद स्वामी कृष्ण तीर्थराज
मात्र सोलह सूत्रों का लिए पतवार थे।
वेद ज्ञान ज्योति से ही भारत था विश्व-गुरु
जगी वही ज्योति फिर वैदिकोपहार ले।।



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: मिलावट कितना ?

दूध का एक व्यापारी गंगापार से 100 लीटर दूध लेकर चलता है ग्राम-कालाकाँकर में एक ग्राहक को 10 लीटर दूध देकर पीपे में 10 लीटर पानी डाल देता है। आगे लाला बाजार में फिर संग्रामगढ़ में फिर नरई चौराहा में यही कार्य कुल चार बार करता है। इस प्रकार उस पीपे में कितना शुद्ध दूध और कितना पानी है ?

प्रथम बार में शुद्ध दूध बचा $100 - 10 = 90$ लीटर

द्वितीय बार में शुद्ध दूध बचा $90 \times 90 / 100 = 81$ लीटर

तृतीय बार में शुद्ध दूध बचा $81 \times 90 / 100 = 72.9$ लीटर

चौथी बार में शुद्ध दूध बचा $72.9 \times 90 / 100 = 65.61$ लीटर

शुद्ध दूध = 65.61 लीटर = उत्तर

अब जल की मात्रा = $100 - 65.61 = 34.39$ लीटर = उत्तर

इस एक क्रिया में हल करने हेतु

$$100 - 10 = 90$$

$$\text{चार बार में शुद्ध दूध} = 90 \times \frac{90}{100} \times \frac{90}{100} \times \frac{90}{100}$$

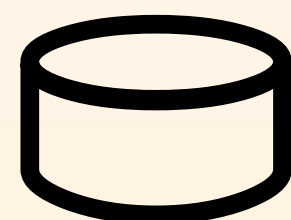
$$= 65.61 \text{ लीटर}$$



दूध का पीपा



लीटर

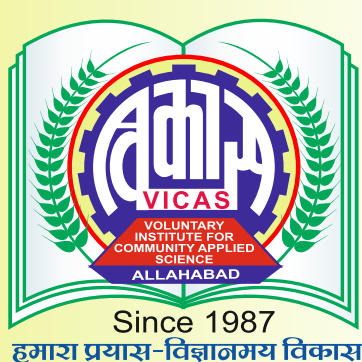


बर्तन

यदि कुल दूध 'क' लीटर, निकाला गया 'ख' लीटर, पानी डाला गया 'ख' लीटर।

यदि यही क्रिया (n) 'न' बार की जाये तो

$$\text{सूत्र शुद्ध दूध} = \frac{(\text{क} - \text{ख})^n}{(\text{क})^{n-1}} = \frac{(a - b)^n}{(a)^{n-1}}$$



हमारा प्रयास-विज्ञानमय विकास

VICAS  **विकास**

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ मगद का मोदक (लड्डू) बनायें

सामग्री :

- 1 किलोग्राम मगद (बेसन)
- 1 किलोग्राम गाय का घी
- 3 किलोग्राम चीनी का रवा

बेसन घी में भूनकर उसमें रवा मिलाये।
खूब औटाकर आग से कड़ाही लेहु उतार।
स्वादिष्ट और बलवर्धक लड्डू हुआ तैयार।
गणनायक को भोग लगाकर बाँटों प्रसार उपहार।

यह मगद का लड्डू मगज (मस्तिष्क या दिमाग) को शक्ति देता है तथा भक्तों के लिए भी खाद्य पदार्थ है।

प्रश्न : चने का बेसन, देशी घी, चीनी का रवा, एक : एक : तीन (1 : 1 : 3) के अनुपात में मिलाकर लड्डू तैयार किया गया यदि बेसन 50 रुपये प्रति किलोग्राम चीनी का रवा 40 रुपये तथा देही गाय का घी 400 रुपये प्रति किलोग्राम हो तो 11 किलोग्राम लड्डू को बनवाने में खर्च ज्ञात करो ? यदि गैस खर्च भी 11 रुपया हो।

11 किलोग्राम लड्डू हेतु

वस्तु मात्रा (किलोग्राम) - दर - लागत मूल्य (रुपये)

$$\text{बेसन } \frac{1 \times 11}{5} = 2.20 \times 50 = 110.00$$

$$\text{चीनी } \frac{3 \times 11}{5} = 6.60 \times 40 = 264.00$$

$$\text{देशी गाय का घी} = \frac{1}{5} \times 11 = 2.20 \times 400 = 880.00$$

$$\text{लकड़ी (गैस)} = 11.00$$

$$\text{योग} = 1265.00 \text{ रुपये}$$

$$\text{लागत खर्च} = \frac{\text{कुल खर्च}}{\text{कुल किलोग्राम}} = \frac{1265}{11} = 115 \text{ रुपये प्रति किलोग्राम}$$



वॉलेंटैररी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

No.1

आओ मकान की ईंट गिनारें

No.1

सामान्यतः एक ईंट की लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई क्रमशः 9 इंच, 4.5 इंच तथा 3 इंच समझी जाती है।

$$3 \text{ फुट} = 36 \text{ इंच}$$

9''	9''	9''	9''
4.5''			

= 8 ईंटें = (तीन फुट लम्बी नौ इंच चौड़ी दीवार)
तथा 3 इंच मोटी

अथवा

$$3 \text{ फुट} = 36 \text{ इंच}$$

9''	4.5''	4.5''							

8 ईंटे = (3' x 9'')

3 फुट लम्बी तथा 9 इंच चौड़ी दीवार हेतु 8 ईंटे चाहिए तब 30 फुट लम्बी इतनी ही 9 इंच चौड़ी 3 इंच दीवार हेतु $8 \times 10 = 80$ ईंटे चाहिए

9''	3''	3''	3''	3''	3''	3''	3''	3''	3''	3''	3''

खड़जा $3' \times 9'' = 12$ ईंटें

दीवार खड़जा 30 फुट लम्बाई हेतु $12 \times 10 = 120$ ईंटे
 यदि खड़जा 13.5 इंच चौड़ा हो तो इसका डेढ़ गुना ईंटें लगेंगी
 अर्थात् $120 \times \frac{3}{2} = 180$ ईंटे

प्रश्न व समाधान

30 फुट लम्बी 9 इंच चौड़ी तथा 11 फुट ऊँची दीवार हेतु ईंटों की संख्या = $80 \times 11 \times 4 = 3520$ ईंटे



वालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
 वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें एक पंक्ति में गुणा तथा गुणा की जाँच

1.
$$\begin{array}{r} 4 \ 3 \\ \times 2 \ 7 \\ \hline 1 \ 1 \ 6 \ 1 \end{array}$$

सूत्र ऊर्ध्व तिर्यग्भयाम्
ऊर्ध्व $\times$ तिर्यग्भयाम् | ऊर्ध्व

यहाँ ऊर्ध्व गुणा $4 \times 2 = 8$ तथा $3 \times 7 = 21$
तिर्यग्भयाम् $2 \times 3 + 4 \times 7 = 6 + 28 = 34$ है।
व्यवस्थित करने पर

$$\begin{array}{r} 2 \ 1 \\ + 3 \ 4 \\ + 8 \\ \hline 1 \ 1 \ 6 \ 1 \end{array}$$

2.
$$\begin{array}{r} 6 \ 2 \\ \times 5 \ 3 \\ \hline 3 \ 2 \ 8 \ 6 \end{array}$$

यहाँ $6 \times 5 = 30$ तथा $(6 \times 3 + 5 \times 2)$ तथा $2 \times 3 = 6$ मन में ही करना है।
व्यवस्थित करने पर

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 2 \ 8 \\ + 3 \ 0 \\ \hline 3 \ 2 \ 8 \ 6 \end{array}$$

मुख्य ऊपर का एकल $6 + 2 = 8$ है।

जाँच
$$\begin{array}{c} 1 \times 1 \\ \times \\ 1 \end{array}$$

गुणक (नीचे) का एकल $5 + 3 = 8$

गुणनफल 3286 का एकल $= 3 + 2 + 8 + 6 = 19$ पुनः $1 + 9 = 10$ पुनः 1 है।

गुण्य और गुणक $8 \times 8 = 64$ के एकल $6 + 4 = 10$ पुनः एकल = 1

इसे
$$\begin{array}{c} 8 \\ 1 \times 1 \\ \times \\ 8 \end{array}$$

दाँया अंक = 1 तथा बाँया अंक = 1 है।

अतः गुणनफल सही है।

3.
$$\begin{array}{r} 5 \ 2 \\ \times 3 \ 2 \\ \hline 1 \ 6 \ 6 \ 4 \end{array}$$

जाँच
$$\begin{array}{c} 7 \\ 8 \times 35 \\ \times \\ 5 \end{array} \rightarrow 3 + 5 = 8 \text{ एकल}$$

गुणनफल 1664 का एकल $1 + 6 + 6 + 4 = 17 \rightarrow 1 + 7 = 8$ दोनों 8 व 8 एकल है। अतः उत्तर सही है।



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: क्रय के समान प्रतिशत लाभ या हानि पर विक्रय मूल्य

एक व्यापारी एक पुस्तक जितने रुपये में खरीदता है उतने ही प्रतिशत लाभ लेकर 24 रुपये में बेच देता है। पुस्तक का क्रय मूल्य बताइये। यदि इतने ही रुपये में समान क्रय प्रतिशत हानि पर बिके तो पुस्तक का क्रय मूल्य निकालिये।

अंकगणित विधि : नियम :

विक्रय को सौ गुना कर पचास का वर्ग मिलाये।

क्रय मूल्य : वर्गमूल ले लीजिए दीजिए पचास कटाये ।।

$$\text{पुस्तक का क्रय मूल्य} = \sqrt{(\text{विक्रय} \times 100 + 2500)} - 50$$

$$\text{के अनुसार } 24 \times 100 = 2400$$

$$+ 50^2 = +2500$$

$$\text{योग} = 4900$$

$$4900 \text{ का वर्गमूल} = \pm 70$$

$$\therefore \text{क्रय मूल्य} = 70 - 50 = 20 \text{ रुपये}$$

$$\text{या } -70 - 50 = -120 \text{ रुपये (ऋणात्मक होने से अग्राह्य)}$$

$$\text{अतः पुस्तक का क्रय मूल्य} = 20 \text{ रुपये}$$

बीजगणित विधि :

क्रय मूल्य को (क) मान कर $(क^2 + 100 क - 2400 = 0)$ को हल कर उत्तर ज्ञात किया जाता है।

प्र०2 दूसरी शर्त क्रय मूल्य के समान प्रतिशत हानि पर विक्रय 24 रुपये हो तो

क्रय मूल्य = 'स्नेही' पचास के वर्ग से विक्रय सौ गुना घटाये।

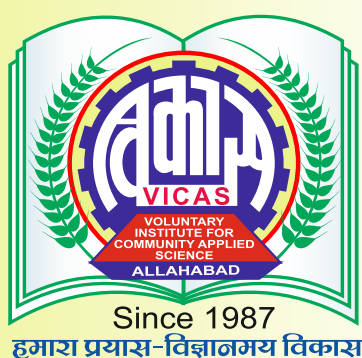
फिर इसका वर्गमूल लें फिर पचास जुड़ावाये।।

$$\text{के अनुसार } \sqrt{2500 - 24 \times 100} = \sqrt{100} = \pm 10$$

$$\text{क्रय मूल्य} = +10 + 50 = +60 \text{ रुपये}$$

$$\text{या क्रय मूल्य} = -10 + 50 = +40 \text{ रुपये}$$

अतः क्रय मूल्य = 40 रुपये तथा 60 रुपये दो प्रकार के उत्तर होंगे।



**वालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद**

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ करें: आयु की गणना

1. जन्मतिथि 03.07.1953 है तो 01.01.2012 को आयु बताओ

	वर्ष	माह	दिन
यहाँ 01.01.2012 को लिखेंगे	2012	01	01
इसे पुनः लिखेंगे	2011	12	32
जन्मतिथि	1953	07	03
घटाने पर आयु	58	05	29

आयु = 58 वर्ष 5 माह 29 दिन

2. 01.07.2012 ई० को आयु बताओ जबकि जन्मतिथि 04.12.1952 ई० है

	वर्ष	माह	दिन
वांक्षित समय	2012	07	01
इसे लिखेंगे	2011	18	32
जन्मतिथि है	1952	12	04
आयु	59	06	28

(उनसठ वर्ष छः माह अठ्ठाइस दिन)

3. 01.07.2012 को आयु बताओ यदि जन्मतिथि 15 मई 1972 है = (15.05.1972)

	वर्ष	माह	दिन
वांक्षित समय	2012	07	01
इसे लिखेंगे	2012	06	32
जन्मतिथि है	1972	05	15
आयु	40	01	17

(चालीस वर्ष एक माह सत्रह दिन)

नोट : यहाँ वर्ष 2012 नहीं बदला गया क्योंकि माह 07 से माह 05 घट जा रहा है के माह से 31 दिन उधार लेकर 1 तारीख को 32 बताया गया है।

4. यदि जन्मतिथि 11.10.1965 है तो एक जुलाई 2012 को आयु बताइये।

वर्ष	माह	दिन	=	वर्ष	माह	दिन
2012	07	01	=	2011	18	32
	जन्मतिथि		=	1965	10	11
				46	8	21

(छियालीस वर्ष आठ माह इक्कीस दिन के होंगे)



वालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: बिक्री कर

एक व्यक्ति ने एक कम्प्यूटर 34821 रुपये में खरीदा जिसमें अंकित मूल्य पर 10 प्रतिशत छूट देने के पश्चात् 4 प्रतिशत की दर से बिक्री कर तथा 2 प्रतिशत वैट सम्मिलित है तो कम्प्यूटर का अंकित मूल्य निकालना है।

$$\begin{aligned}\text{मान लिया वस्तु का मूल्य अंकित} &= 100 \text{ रुपये} \\ 10 \text{ प्रतिशत से छूट} &= 10 \text{ रुपये} \\ \text{शेष मूल्य} &= 100 - 10 = 90 \text{ रुपये}\end{aligned}$$

$$\text{वैट सहित बिक्री कर} = 90 \times \frac{6}{100} = \frac{540}{100} = 5.40 \text{ रुपये}$$

$$\begin{aligned}\text{वैट तथा कर सहित विक्रय मूल्य} &= 90.00 + 5.40 = 95.40 \text{ रुपये} \\ \text{अर्थात् विक्रय 95.40 है तो कम्प्यूटर पर अंकित मूल्य} &= 100 \text{ रुपये}\end{aligned}$$

$$\text{जब विक्रय 34821 तो अंकित मूल्य} = \frac{100}{95.40} \times 34821 = \frac{34821000}{954}$$

$$\begin{aligned}9 \text{ से काटने पर} &= \frac{3869000}{106} = \frac{1934500}{53} \\ &= 36500 \text{ रुपये}\end{aligned}$$

उत्तर = छत्तीस हजार पाँच सौ रुपये अंकित मूल्य



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: दैनिक उपयोग की वस्तुओं पर बिक्री कर

एक व्यक्ति दैनिक उपयोग में आने वाली वस्तुओं को बाजार से निम्न विवरणानुसार खरीदा उसे कुल कितना बिक्री कर सहित दाम देना होगा ?

1. 190 रुपये का बिस्कुट चाय बिक्री दर 5% से बिक्री कर = $190 \times \frac{5}{100}$ = 9.50 रु०
2. 90 रुपये की दवाईयाँ बिक्री दर 10% से बिक्री कर = $90 \times \frac{10}{100}$ = 9.00 रु०
3. 170 रुपये की टार्च बिक्री दर 5% से बिक्री कर = $170 \times \frac{5}{100}$ = 8.50 रु०
4. 250 रुपये के साबुन शैम्पू तेलादि बिक्री दर 10% से बिक्री कर = $250 \times 10 / 100 = 25.00$
5. 800 रुपये के कपड़े बिक्री दर 1% से बिक्री कर = $800 \times \frac{1}{100}$ = 8.00 रु०

योग:	बिक्री कर	=60.00 रु०
------	-----------	------------

कुल दाम = 1500 + 60 = 1560 रुपये



वॉलेंटैररी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

नापें खेतों का मानचित्र (नक्शा)

मानचित्र में 1 इंच	=	40 लट्ठा	=	100 मीटर	
गुनिया बीघा मापक गुनिया का 1 छोटा खाना	=	2 लट्ठा	=	5 मीटर	
एक एकड़ मापक गुनिया का 1 छोटा खाना	=	1.6 लट्ठा	=	4 मीटर	
एक लट्ठा	=	सवा आठ फुट = 99 इंच	=	2.5 मीटर	लेकिन
1 लट्ठा X 1 लट्ठा	=	1 विश्वांशी (धूर)	=	6.25 वर्ग मीटर	
	=	0.063 एयर	=	0.00063 हेक्टेअर	= 0.00006 हे०
10 धूर	=	0.063 एयर	=	0.0063 हेक्टेअर	
16 धूर	=	1.00 एयर	=	0.01 हेक्टेअर	
20 धूर	=	1 बिस्वा	=	0.0125 हेक्टेअर या 0.0126 हे०	
		4 बिस्वा	=	0.05 हे०	
1 बीघा	=	20 बिस्वा	=	25 एयर	= 0.253 हेक्टेअर = 0.25 हेक्टेअर
1 एकड़	=	32 बिस्वा	=	40 एयर	= 0.40 हे०
1 वर्ग मीटर	=	10.8 वर्ग फिट	, 1 धूर = 68 वर्ग फिट = 7.56 वर्ग गज		
1 बीघा	=	3025 वर्ग गज	, 1 एकड़ = 4840 वर्ग गज		
1 हेक्टेयर	=	4 बीघा अथवा 2.5 एकड़			

सूत्र :

बीघा होता एयर पच्चीस, एकड़ में एयर चालीस।
सौ वर्ग मीटर का एक एयर, सौ एअर का एक हेक्टेअर।
हेक्टेअर में बीघा चार, ढाई एकड़ का एक हेक्टेअर।
एक एयर में सोलह धूर, सवा एयर बिस्वा है पूर।
बीघे में बिस्वा हो बीस, बिस्वा में बिस्वांशी बीस।
सवा आठ फुट का एक लट्ठा, ढाई मीटर लट्ठा माप।
एक वर्ग किलोमीटर = 100 हेक्टेअर = 400 बीघा
एक वर्ग किलोमीटर में चार सौ बीघा 'स्नेही' माप।
एक लट्ठा में सवा आठ फुट या निन्यानवे इंच।
दो सौ चौवन सेमी० में होते सौ इंच।
'स्नेही' एक बीघे में बीस बिस्वा होता, बत्तीस बिस्वा का एकड़ कहलाता है।
बीघा या एकड़, एयर या वर्ग मीटर, क्षेत्रफल किसी भी जमीन का बतलाता है।

32 लट्ठा = 80 मीटर

1 एकड़ = 32 बिस्वा
= 4000 वर्गमीटर
= 40 एयर = 0.40 हेक्टेअर

20 लट्ठा = 50 मीटर

20 लट्ठा

1 बीघा
= 400 वर्ग लट्ठा
= 2500 वर्ग मीटर

20 लट्ठा = 50 मीटर

1 किलोमीटर

1 वर्ग किलोमीटर
= 400 बीघा
= 100 हेक्टेअर
= 1000000 वर्गमीटर

1 किमी०



**बालेण्टरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइंस
(विकास) इलाहाबाद**

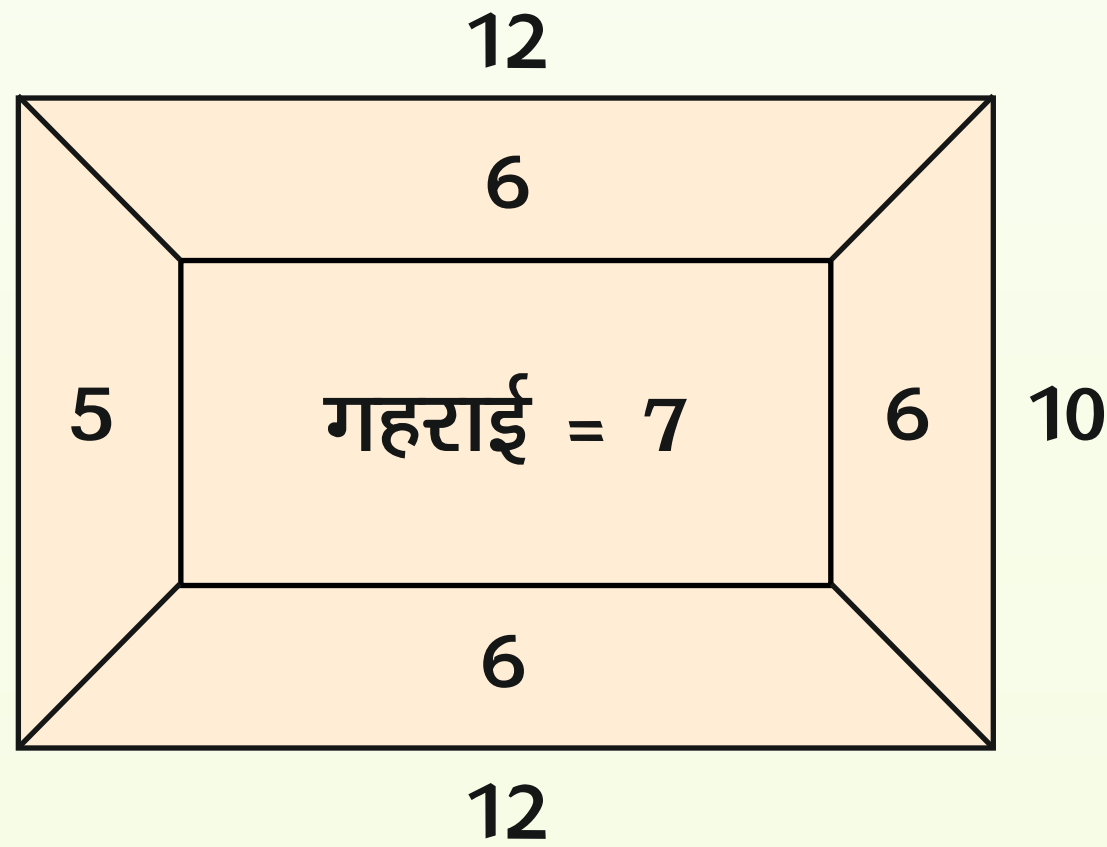
कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: पिरामिड के छिन्नक का आयतन

हे मित्र ! जिस बावड़ी के मुख की लम्बाई 12, चौड़ाई 10 है। उठी बावड़ी के तल में लम्बाई 6 और चौड़ाई 5 तथा गहराई 7 है। उस बावड़ी का आयतन (घनफल) बताओ ?

1. मुख का क्षेत्रफल = $12 \times 10 = 120$ वर्ग इकाई
 2. तली का क्षेत्रफल = $6 \times 5 = 30$ वर्ग इकाई
 3. (मुख + तल) की लम्बाई $\times$ (मुख + तल) की चौड़ाई
= $(12 + 6) \times (10 + 5) = 18 \times 15 = 270$ वर्ग इकाई
- ①+②+③ (तीनों का योगफल) = $(120 + 30 + 270) = 420$ वर्ग इकाई
सम क्षेत्रफल = $420/6 = 70$ वर्ग इकाई
आयतन = सम क्षेत्रफल $\times$ गहराई = $70 \times 7 = 490$ घन इकाई



नोट : यह प्रश्न और हल की विधि भास्कराचार्य रचित 'लीलावती' ग्रन्थ का है।



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008
वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें : समान्तर श्रेणी

एक कक्षा में सब छात्रों की अवस्था का योग 168 वर्ष है। सबसे छोटे छात्र की उम्र 8 वर्ष है अन्य छात्र क्रमशः 4-4 मास बढ़े हैं। कुल छात्रों की संख्या बताओ तथा यह भी बताओ कि सबसे बड़ा छात्र कितनी आयु का है ?

$$\begin{aligned} \text{सबसे छोटे छात्र की उम्र} &= 8 \text{ वर्ष} \\ \text{सर्व अन्तर} &= 4 \text{ मास} = \frac{1}{3} \text{ वर्ष} \\ \text{उम्र का कुल योग} &= 168 \text{ वर्ष} \\ \text{छात्र संख्या (स)} &= ? \\ \text{ज्येष्ठतम् छात्र की आयु} &= ? \end{aligned}$$

उक्त विवरणानुसार

माना कुल छात्र की संख्या = स

$$8 + 8\frac{1}{3} + 8\frac{2}{3} + 8\frac{3}{3} + \dots + 8\frac{(स-1)}{3} = 168$$

$$8स + \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} + \dots + \frac{(स-1)}{3} \right] = 168$$

$$8स + \frac{1}{3} \left[1 + 2 + 3 + \dots + (स-1) \right] = 168$$

$$8स + \frac{1}{3} \left[\frac{(स-1)(स)}{2} \right] = 168$$

$$48स + स^2 - स = 168 \times 6 = 1008$$

$$स^2 + 47स - 1008 = 0$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ (63) + (-16) & (63) \times (-16) \end{array}$$

$$(स + 63)(स - 16) = 0$$

$$\therefore \text{या तो } स + 63 = 0 \quad \therefore स = -63 \text{ (ऋणात्मक है अतः अमान्य होगा)}$$

$$\text{या } स - 16 = 0$$

$$\therefore स = 16 \text{ छात्र}$$

$$\text{अतः छात्र संख्या} = 16$$

$$\text{ज्येष्ठतम् छात्र की आयु} = 8 + \frac{(स-1)}{3} = 8 + \frac{(16-1)}{3} = 8 + \frac{15}{3} = 8 + 5 = 13 \text{ वर्ष}$$



वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: गुणोत्तर श्रेणी

एक कम्प्यूटर चालक एक दिन में 2 पृष्ठ टाइप करता है दूसरे दिन 4 पृष्ठ तीसरे दिन 8 पृष्ठ इस तरह दूना-दूना करते हुए एक माह (30 दिन) में कितने पृष्ठ टाइप कर लेगा ?

30 दिनों में कुल पृष्ठ = $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{30}$

2	=	2^1	प्रथम पद लिखा
4	=	2^2	वर्ग किया
8	=	2^3	दूना किया
64	=	2^6	वर्ग किया
128	=	2^7	दूना किया
16384	=	2^{14}	वर्ग किया
32768	=	2^{15}	दूना किया
1073741824	=	2^{30}	वर्ग किया

अब 1073741824 से एक कम किया = 1073741823

इसका दूना किया = 2147483646

इसमें $2 - 1 = 1$ से भाग दिया $2147483646 \div 1$

= 2,14,74,83,646 पृष्ठ

= दो अरब चौदह करोड चौहत्तर लाख तिरासी हजार छः सौ छियालीस पृष्ठ

उत्तर = 2 बिलियन 147 मिलियन 483 हजार 646 पृष्ठ

इसी प्रश्न को दूसरे ढंग से ‘‘लीलावती में भास्कराचार्यजी’’ ने लिखा है।

एक राजा एक व्यक्ति को पहले दिन 2 पैसे दान देता है। फिर दूना-दूना करते हुए 1 माह (30 दिन) तक देता है। कुल दान की धनराशि बताइये ?

उत्तर = 2147483646 पैसे



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: द्विपद प्रमेय

$$(y + k)^n = y^n + n {}^nC_1 y^{n-1} k + n {}^nC_2 y^{n-2} k^2 + n {}^nC_3 y^{n-3} k^3 + \dots + n {}^nC_{n-2} y^2 k^{n-2} + n {}^nC_{n-1} y k^{n-1} + n {}^nC_n k^n$$

हम देखते हैं कि यह प्रक्रिया कितनी लम्बी और उबाऊ है। इसे घातों का पहाड़ कह सकते हैं। किन्तु इसे घातों के पहाड़ को पहाड़ों के रूप में व्यक्त कर सरलतम ढंग से हल करते हैं।

1	
1 + 1	= (y + k) ¹ के गुणांक
1 + 2 + 1	= (y + k) ² के गुणांक
1 + 3 + 3 + 1	= (y + k) ³ के गुणांक
1 + 4 + 6 + 4 + 1	= (y + k) ⁴ के गुणांक
1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1	= (y + k) ⁵ के गुणांक
— — — — —	
— — — — —	

क्रमशः प्रारम्भ में 1 लिखकर आगे बीच के दो दो अंको को जोड़ते हुए अगली घात के गुणांक ज्ञात कर सकते हैं जैसे (y + k)⁶ के गुणांक होंगे।

$$1, 1+5 = 6, 5+10 = 15, 10+10 = 20, 10+5 = 15, 5+1 = 6, 1$$

$$\text{अर्थात् } (y+k)^6 = 1 y^6 + 6 y^5 k + 15 y^4 k^2 + 20 y^3 k^3 + 15 y^2 k^4 + 6 y k^5 + k^6$$

उदाहरण (y+k)⁷ हेतु (y + k)⁶ के बीच के गुणांकों में दो-दो गुणांक जोड़ते हुए

$$= 1 y^7 + 7 y^6 k + 21 y^5 k^2 + 35 y^4 k^3 + 35 y^3 k^4 + 21 y^2 k^5 + 7 y k^6 + k^7$$

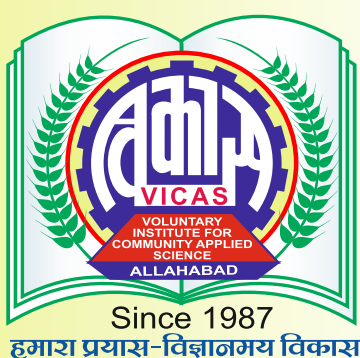
अब गुणांकों का योग निकालना हो तो

$$(y + k)^2 \text{ के गुणांको का योग } = 2^2 = 4$$

$$(y + k)^3 \text{ के गुणांको का योग } = 2^3 = 8$$

$$(y + k)^7 \text{ के गुणांको का योग } = 2^7 = 128$$

$$(y + k)^n \text{ के गुणांको का योग } = 2^n = 2 \times 2 \times 2 \times \dots \dots \dots n \text{ बार}$$



वॉलेंटरी इंस्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

आओ जानें: चक्रवर्ती भिन्नों का योग (मौखिक)

‘अन्त्ययोरेव’ सूत्र द्वारा (केवल प्रथम और अन्तिम पद लेकर)

$$1. \frac{1}{(क + 1)(क + 2)} + \frac{1}{(क + 2)(क + 3)} + \frac{1}{(क + 3)(क + 4)} = \frac{1 + 1 + 1}{(क + 1)(क + 4)}$$

$$= \frac{1 + 1 + 1}{(क + 1)(क + 4)} = \frac{3}{(क + 1)(क + 4)} = \text{उत्तर}$$

यदि 4 पद हों तो योग (य₄) = $\frac{1 + 1 + 1 + 1}{(क + 1)(क + 5)} = \frac{4}{(क + 1)(क + 5)} = \text{उत्तर}$

$$2. \frac{1}{(क + 3)(क + 4)} + \frac{1}{(क + 4)(क + 5)} + \text{-----}$$

5 पदों का योग (य₅) = $\frac{1 + 1 + 1 + 1 + 1}{(क + 3)(क + 8)} = \frac{5}{(क + 3)(क + 8)} = \text{उत्तर}$

$$3. \frac{1}{(क + 1)(3क + 1)} + \frac{1}{(3क + 1)(5क + 1)} + \frac{1}{(5क + 1)(7क + 1)} = \text{-----}$$

योग (य₃) = $\frac{1 + 1 + 1}{(क + 1)(7क + 1)} = \frac{3}{(क + 1)(7क + 1)} = \text{उत्तर}$

$$4. \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{10 \times 11} + \text{-----}$$

योग (य₄) = $\frac{1 + 1 + 1 + 1}{7 \times 11} = \frac{4}{77} = \text{उत्तर}$

पाँचवा प्रकार

$$1. \frac{प - फ}{(क + प)(क + फ)} + \frac{फ - ब}{(क + फ)(क + ब)} + \frac{ब - भ}{(क + ब)(क + भ)}$$

योग (य₃) = $\frac{प - भ}{(क + प)(क + भ)}$

$$2. \frac{1}{(क + 7)(क + 8)} + \frac{2}{(क + 8)(क + 10)} + \frac{14}{(क + 10)(क + 24)}$$

∴ य₃ = $\frac{1 + 2 + 14}{(क + 7)(क + 24)} = \frac{17}{(क + 7)(क + 24)} = \text{उत्तर}$

----- शंकराचार्य की वैदिक गणित ग्रन्थ से



बालैण्टरी इन्स्टीट्यूट फॉर कम्युनिटी एप्लाइड साइन्स
(विकास) इलाहाबाद

कार्यालय - एच.डी. 86, एडीए कालोनी, नैनी, इलाहाबाद -211008

वेबसाइट : vicasindia.org ई-मेल : vicasald@gmail.com

राष्ट्रीय गणित वर्ष 2012 के उपलक्ष्य में
भारतीय गणितज्ञ स्व० श्रीनिवास रामानुजन की 125वीं जयन्ती के अवसर पर
गणितज्ञ पं० विश्वनाथ मिश्र के मार्गदर्शन में संस्था विकास द्वारा विकसित

विश्व के महान भारतीय गणितज्ञ श्री निवास रामानुजन - परिचय

श्री निवास रामानुजन (1887-1920)–रामानुजन एक महान गणितज्ञ थे। वह 22 दिसम्बर 1887 को भारत में तमिलनाडु के तन्जौर जिले के इरोड स्थान पर एक गरीब ब्राह्मण परिवार पैदा में हुए थे। यह बहुत ही कुशाग्र बुद्धि के थे। 7 वर्ष की आयु में कुम्बाकोनम के हाईस्कूल में पढ़ने गये। उनमें 10 वर्ष के होने से पूर्व ही अद्वितीय प्रतिभा प्रदर्शित होने लगी थी। जब वे चौथी फार्म में थे तो उन्होंने एक बी.ए. के छात्र से लोनी की त्रिकोणमिति का द्वितीय भाग माँग कर उसके प्रत्येक प्रश्न को हल कर लिया था। वह बी.ए. का छात्र या जानकर आश्चर्यचकित था और रामानुजन के पास कठिन समस्याओं के हल जानने के लिए जाता था। त्रिकोणमिति पढ़ने के तुरन्त बाद उन्होंने sine तथा cosine के लिए आयलर प्रमेय (Euler's Theorem) की खोज कर की ली थी। इंग्लैण्ड के प्रोफेसर जी.एच.हार्डी (G.H. Hardy) ने रामानुजन की अद्वितीय खोज की प्रशंसा की और विज्ञान के विश्व में उन्हें उच्च स्थान दिया। 1914 में मद्रास विश्वविद्यालय और ट्रिनिटी कालेज की सहायता से वे इंग्लैण्ड गये और प्रो. हार्डी के साथ कैम्ब्रिज में शोध कार्य किया। वे शाकाहारी थे और जब तक कैम्ब्रिज में रहे स्वयं खाना बनाया। जब वे इंग्लैण्ड में बीमार थे। तो प्रो. हार्डी उनको देखने उनके घर गये। वे 1729 नम्बर की टैक्सी में गये थे और जाकर रामानुजन से कहा कि नम्बर 1729 अशुभ है, क्योंकि $1729 = 13 \times 7 \times 19$ जो 13 से विभाज्य है, रामानुजन ने तुरन्त उत्तर दिया 'नहीं'। यह बहुत ही रोचक संख्या है। यह वह छोटी से छोटी संख्या है जो निम्न दो प्रकार से दो घनों के योग के रूप में प्रकट की जाती है।

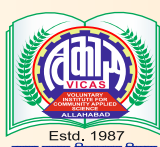
$$1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$$

प्रो० हार्डी ने रामानुजन के उत्तर को सुनकर बहुत ही प्रशंसा की। कैम्ब्रिज में रह कर उन्होंने शुद्ध गणित (Pure Mathematic) में बहुत कार्य किया। 1918 में वे रायल सोसायटी के फेलो (Fellow of Royal Society) चुने गये और उसी वर्ष ट्रिनिटी कॉलेज कैम्ब्रिज के फेलो चुने गये और ये पहले भारतीय थे जिन्हें यह सम्मान प्राप्त हुआ।

रामानुजन का बहुत कम अवस्था में 1920 ई० में स्वर्गवास हो गया। सरकार ने स्व० श्री रामानुजन की धर्मपत्नी की तीन सौ प्रतिमास की पेंशन स्वीकृत कर दी थी। महान भारतीय गणितज्ञ के रूप में उनका नाम अमर रहेगा।

भारत के प्रधानमंत्री मा० मनमोहन सिंह ने 22 दिसम्बर 2011 को चेन्नई में रामानुजन की जयन्ती मनाते समय वर्ष 2012 को राष्ट्रीय गणित वर्ष घोषित किया।



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ सीखें विश्वात्मा सूर्य से गणित विज्ञान

ऋग्वेद 1/115/9 के आधार पर 'सूर्यो आत्मा जगतस्त स्थुषश्च' सूर्य जगत की आत्मा है। भूमि, गगन, वायु और नीर पंच तत्व हैं। पाँचों तत्वों के प्रथम वर्ष से "भ ग व आ न" शब्द का प्रादुर्भाव होता है जो (स्वतः ऊर्जा पुंज है)

सूर्य से प्रति सेकेण्ड चार अरब शंख जूल = 4×10^{26} जूल ऊर्जा उत्सर्जित होती रहती कथन है।

सूर्य का पृष्ठीय ताप 'छः हजार' केल्विन तो = 6000°K केन्द्रीय नाभिक ताप 'दो करोड़' केल्विन है = $(2 \times 10^7)^{\circ}\text{K}$

सूर्य का नब्बे प्रतिशत बना हल्का तत्वों से = 90%

हाइड्रोजन, हीलियम आदि सूर्य के मन है।

वस्तुएँ हर ताप पर ऊर्जा उत्सर्जित करें।

यही विकीर्ण ऊर्जा उष्मीय विकिरण हैं।।

उष्मीय विकिरण (Radiation) $E \propto T^4$

'प्रकाश की चाल' सी उष्मीय विकिरण चलें।

उष्मीय विकिरण का निर्वात में गमन है।

प्रकाश की भांति ही परावर्तन नियम पालें।

उष्मीय विकिरण ऋजु रेखीय गमन हैं।

किसी भी माध्यम से विकिरणन बदलें ताप

प्रकाश सा व्युत्क्रम वर्ग सूत्र नियम पालन हैं।

विकिरण का व्यतिकरण-विवर्तन-ध्रुवण सम्भव है।

प्रकाश सा 'स्नेही वत्स' उष्मीय विकिरण है।।

$$(E = \sigma T^4)$$

पूर्ण कृष्ण पिण्ड के मानक क्षेत्रफल से प्रति सेकेण्ड कितनी ऊर्जा विकिरित हो ?

पिण्ड के परम ताप की चतुर्थ घात के

अनुक्रमानुपात में ऊर्जा विकिरित हो।।

$$\text{स्टीफेन } (E = \sigma T^4)$$



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

सूर्य का व्यास - भार - दूरी - प्रकाश का ज्ञान

आठ लाख अस्सी हजार मील है सूर्य व्यास
= 8,80,000 मील (सूर्य का व्यास)
भू से एक सौ दस गुना बड़े सूर्य भगवान हैं।

यहाँ शब्द भगवान के वर्ण “भ ग व अ न” के वर्णों की एक शब्दता
“भूमि, गगन, वायु, अग्नि, नीर” के प्रथमाच्छर पंचतत्व का एकत्रीकरण
दर्शाते हैं।

भूमि से तीन सौ तैंतीस (333) हजार गुना सूर्य भार
ग्रहों से हजार गुना अधिक द्रव्यमान है।
नौ करोड़ तीस लाख मील भू से दूरी है।
= 93,000,000 मील (पृथ्वी से सूर्य की दूरी)
जो लगभग पन्द्रह करोड़ किलोमीटर समान है।
प्रति वर्ग इंच पर दबाव (बीस अरब मन)
चार करोड़ अंश सी पृष्ठीय तापमान है।
(4 X 10⁷)°C

सूर्य से आकाश गंगा की दूरी = 30,000 प्रकाश वर्ष

नभ गंगा की परिक्रमा वर्ष पच्चीस करोड़।
तीस हजार प्रकाशाब्द रवि-नभ गंगा अन्तराल।।

तीन लाख किलोमीटर प्रति सेकेण्ड चले सूर्य प्रकाश।
आठ मिनट अठारह सेकेण्ड में भूमि पर पहुँचे सूर्य प्रकाशा।।

निर्वात में प्रकाश की चाल = 3 X 10⁸ मीटर/सेकेण्ड
भूमि पर प्रकाश पहुँचने का समय = (आठ मिनट अठारह सेकेण्ड)

सूर्य दर्शन (सूर्योदय एवं सूर्यास्त का समय) दिनमान बतलाता है, कि पृथ्वी का स्व अक्षीय झुकाव =
(23.5)° है।



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

प्रकाश वर्ष

प्रकाश वर्ष = सूर्य प्रकाश द्वारा एक वर्ष में चलित दूरी
 = $[(3 \times 10^5) \text{ किमी/सेकेण्ड}] \times [365.242186 \times 24 \times 60 \times 60] \text{ सेकेण्ड}$
 = $(9.46707546102 \times 10^{12}) \text{ किमी}$
 = $9.47 \times 10^6 \text{ मीटर} = 10^{16} \text{ मीटर}$
 = $10^{13} \text{ किमी} = 10 \text{ नील किलोमीटर}$
 = दस हजार विलियन किलोमीटर = 10,000 विलियन किमी

आकाश गंगा = एक खरब तारों का समूह = 10^{41} किलोग्राम
 पृथ्वी तल का क्षेत्रफल = 51 (इक्यावन) करोड़ वर्ग किलोमीटर
 = 51 (इक्यावन) विलियन हेक्टेअर

भारत का क्षेत्रफल = 3287782.3 वर्ग किलोमीटर

उत्तर प्रदेश का क्षेत्रफल = 294411 वर्ग किलोमीटर

1 (एक) वर्ग किलोमीटर = 100 हेक्टेअर = 10000 एअर = 1000000 वर्गमीटर = 250 एकड़

क्रं.सं.	सौर परिवार के ग्रह	व्यास किमी	सूर्य से दूरी करोड़ किमी	सूर्य की परिक्रमा में लगा समय
1.	बुध (मर्करी)	4820	6	88 दिन
2.	शुक्र (वीनस)	12315	11	225 दिन
3.	पृथ्वी (अर्थ)	12740	15	365.25 दिन
4.	मंगल (मार्स)	6800	23	687 दिन
5.	बृहस्पति (ज्यूपिटर)	139560	70	11.9 वर्ष
6.	शनि (सैटर्न)	119100	142	29.5 वर्ष
7.	अरुण (यूरेनस)	52142	287	84 वर्ष
8.	वरुण (नेपचून)	48280	450	165 वर्ष
9.	यम (प्लूटो)	5875	600	248 वर्ष

द्रव्यमान की कोटि :

दस घाते इक्कीस किलो सागर का कुल वारि है।

दस घाते तेईस किलो चन्दा मामा का भार है।

दस घाते पच्चीस किलो भू, सूर्य दस घाते तीस किलो।

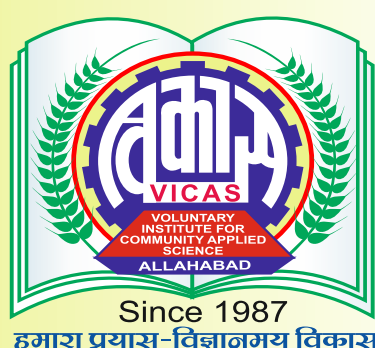
आकाश गंगा का द्रव्यमान, दस घाते एकतालीस किलो।

जल = 10^{21} किलोग्राम

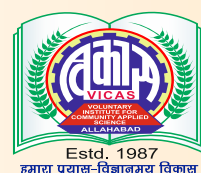
चन्द्रमा = 10^{23} किलोग्राम

पृथ्वी = 10^{25} किलोग्राम, सूर्य = 10^{30} किलोग्राम

नभगंगा = 10^{41} किलोग्राम



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें दशमलव बिन्दु

बिन्दु -

न तो लम्बाई नहीं चौड़ाई, नहीं घेरता जो स्थान।
केवल स्थिति को दर्शाता, वही बिन्दु है सूक्ष्म निशान॥
बिन्दु-बिन्दु से रेखा बनती, दो रेखा से बनते कोण।
रेखा कोणों से बहुभुज बनते, लघुतम बहुभुज त्रिभुज त्रिकोण॥
केन्द्र पर बनता चार समकोण। बिन्दु पर बनता चार समकोण $4 \times 90^\circ = 360^\circ$
बिन्दु-बिन्दु से बनता घेरा। बिन्दु देत ज्यामितीय उजेरा॥

दशमलव बिन्दु -

$$(10)^{-1} = 0.1 = \frac{1}{10} \text{ तथा } (10)^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

इकाई के दशवें व दशवें की घात को जो
बिन्दु अलग करता दशमलव कहलाता है।
दशमलव के बाईं ओर इकाई दहाई आदि
दाईं तरफ दशवां सौवां आदि आता है।
'स्नेही' दशमलम के जोड़ या घटाने में
दशमलव के नीचे ही दशमलव रखा जाता है।
गुणा में गुण्य गुणक दोनों के दशमलव गिनो
गुणनफल में उतना ही अंक पूर्व बिन्दु पाता है।

$$\text{यथा (1) } 3.5 \times 2.1 = 7.35 \quad (2) .03 \times 1.4 = .042$$

दस से गुणा कीजिए जबहीं। दशमलव दाहिने भागे तबहीं।
अगर दीजिए दस से भाग। दशमलव एक अंक में लाग॥

$$13.6 \times 10 = 136.0, \quad 13.6 \div 10 = 1.36$$

भावर्त दशमलव -

कोई अंक या अंक समूह लगातार जब आते।
सिर के ऊपर बिन्दु लगाते आवर्ती कहलाते॥

$$\frac{1}{3} = 0.333... = 0.\dot{3} \text{ तथा } \frac{1}{2} = 0.444... = 0.\dot{4}$$

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857... = 0.\dot{1}4285\dot{7}$$

$$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$$

$$\frac{1}{17} = 0.\dot{0}58823529411764\dot{7}$$

$$\frac{1}{109} = 0.\dot{0}09174311926605504587155963302752293577981651376146788$$

$$99082568807339449541284403669724770642201834862385321\dot{1}$$

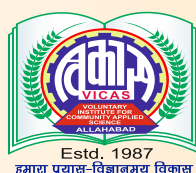
(एक को एक सौ नौ से भाग देने पर एक सौ आठ (108) अंक आवर्ती रूप से आते हैं।

$$\frac{108}{109} = .\dot{9}90825.....4678\dot{8} \text{ यह भी 108 अंकों में आवर्ती है।}$$

अपरिमेय संख्याएं $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ आदि के दशमलव में भाग आवर्ती नहीं होते।



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें आयतन में द्रव्यमान अर्थात् घनत्व (DENSITY)

एक हजार घन सेंटीमीटर। आयतन धारी होता लीटर ।।

ठोस वस्तु जब जल में डालो। आयतन समान जल वाह्य निकालो।।

एक लीटर जल का वजन, किलोग्राम एक जान।

सात सौ नब्बे ग्राम स्प्रिट, मोम वजन नौ सौ दस ग्राम।।

लीटर भर सोना द्रव्यमान। उन्नीस किलो तीन सौ ग्राम।।

जस्ता सात सौ किलो सौ ग्राम। पीतल साढ़े आठ किलोग्राम।।

लीटर भर ताँबा द्रव्यमान। आठ किलो व नौ सौ ग्राम।।

साढ़े दस किलो चाँदी जानो। पारा तेरह दशमलव छ किलो मानो।।

लीटर भर लोहा द्रव्यमान। सात किलो आठ सौ अस्सी ग्राम।।

नौ सौ बीस ग्राम है बर्फ, इतना ही तारपीन का तेल।

मीटर लीटर किलोग्राम में, 'स्नेही वत्स' करायें मेल।।

आठ सौ बीस ग्राम अल्कोहल, आठ सौ ग्राम मिट्टी का तेल।

काँच नमक किलो ढाई-ढाई, लीटर भर में करते खेल।।

लीटर भर ग्लिसरीन है, सवा किलो सौ ग्राम।

वत्स! घनत्व आधार पर, तौलो वस्तु तमाम।।

एक ग्राम प्रति घनसेमी, जल का घनत्व बतलायें।

दशमलव नौ दो ग्राम प्रति, सेमी घन बर्फ तौलायें।।

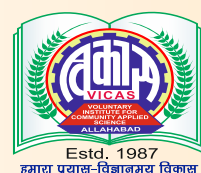
वस्तु	जल	सोना	चाँदी	पारा	जस्ता	पीतल	ताँबा	लोहा	ग्लिसरीन	स्प्रिट	मोम	काँच व नमक	मिट्टी का तेल	अल्कोहल	तारपीन का तेल
घनत्व ग्राम प्रतिसेमी	1	19.3	10.5	13.6	7.1	8.5	8.9	7.88	1.35		0.79	0.91	2.5 0.80	0.82	0.92

1 लीटर आयतन = 1000 घन सेमी³ = 1 किलोग्राम जल

घनत्व = द्रव्यमान / आयतन



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें - अंकों की प्रकृति देखकर बड़ी संख्याओं का घनमूल निकालना

दस लाख तक की पूर्ण घन संख्याओं का मौखिक घनमूल (घनमूल का जादू) अध्याय में बताया जा चुका है। अब

यदि संख्या दस लाख से ऊपर है और पूर्ण घन है तो उसका घनमूल निकालने हेतु थोड़ी क्रिया करनी पड़ती है और उसके लिए घन की दहाई (द) और सैकड़े (स) आदि के अंकों की प्रकृति देखनी पड़ती है।

प्रश्नजैसे 105823817 का घनमूल = ?

यहाँ घन की इकाई 7 है अतः घनमूल की इकाई 3 होगी।

संख्या 9 अंकों की है अतः घनमूल सैकड़े में (तीन अंकों में) होगा।

तीन-तीन अंको के समूह में देखने पर 105 का निकटतम घनमूल 4 है।

(क्योंकि संख्या 105 घन संख्याएं 64 और 125 के बीच में हैं।)

∴ घनमूल में सैकड़े का अंक 4 होगा।

इतनी क्रिया तो मौखिक हो जाती है अब घनमूल की दहाई का अंक ज्ञात करने हेतु क्रिया करनी है।

घनमूल का अंतिम अंक (इकाई) 3 तीन है।

∴ इकाई का घन = $(3)^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

अब 105823817 से 27 घटाने पर 105823790 बचा

अब $3 \times$ इकाई का वर्ग $\times$ दहाई = $3 \times 3^2 \times$ दहाई = $27 \times$ दहाई = 9 से अन्त होने वाली संख्या दहाई = 7 (क्योंकि 27×7 से इकाई 9 मिलेगी)

अब घनमूल का सैकड़ा 4, दहाई 7, इकाई 3 मिल गयी।

अतः अभीष्ट घन मूल = 473

प्रश्न 258474853 का घनमूल = 637 होगा। कैस ?

घन की इकाई 3 है घनमूल की इकाई 7 होगी।

तीन-तीन के त्रिक में 258 का निकटतम घनमूल = 6 यह घनमूल का सैकड़े का अंक होगा।

अब दहाई निकालना है।

अतः 853 से $7^3 = 343$ घटाने पर 510 मिलेगा। (दहाई एक (1) है)

यह $3 \times (7)^2 \times$ दहाई की क्रिया से 1 से अंत होने वाली संख्या मिलनी चाहिए।

$147 \times$ दहाई 1

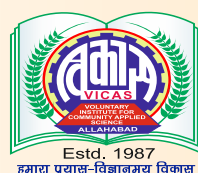
अब 7 को 3 से गुणा करने पर इकाई 1 मिलेगी।

∴ दहाई का अंक 3 होगा।

∴ अभीष्ट घनमूल = 637



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें सम्भावनात्मक प्रश्न

चार आना बकरी आठ आना गाय।
पाँच पाँच रुपया में भैंस बिकाय।।
बीसै रुपया बीसै जीव।
बूझो कितने कौन-कौन जीव।।

प्रश्न के अंग यहाँ जानवर तीन तरह के हैं। कुल संख्या 20 (बीस) हैं। तथा कुल मूल्य 20 रुपये हैं।

1 बकरी का मूल्य चार आना अर्थात् = एक बटा चार रुपये

1 गाय का मूल्य आठ आना अर्थात् = (एक बटा दो रुपये

1 भैंस का मूल्य पाँच रुपये हैं।

हल करने में यदि एक भैंस मानी जाये तो शेष $20 - 5 = 15$ रुपये तथा जानवर $20 - 1 = 19$ बचते हैं जो सम्भव नहीं है क्योंकि 19 जानवरों का अधिकतम मूल्य 9.50 साढ़े नौ ही होगा।

अब यदि भैंसें 2 मानी जाये तो शेष मूल्य $20 - 10 = 10$ रुपये तथा शेष जानवर $20 - 2 = 18$ होंगे। यह भी सम्भव नहीं है।

अब भैंस की संख्या 3 मानी जाये तो मूल्य $3 \times 5 = 15$ रुपये होगा।

शेष मूल्य $20 - 15 = 5$ रुपये

शेष जानवर $20 - 3 = 17$ जानवर होंगे

यह सम्भव है अतः उनका समीकरण का रूप बनेगा।

$b + ga = 17 \dots\dots (1)$

$\frac{b}{4} + \frac{ga}{2} = 5 \dots\dots (2)$ मूल्यानुसार

अर्थात् $b + 2g = 5 \times 4 = 20 \dots\dots\dots (3)$

समीकरण 3 से 1 को घटाने पर $g = 20 - 17 = 3$ गाय

अर्थात् गाय का मूल्य $\frac{3}{2} = 1.5$ डेढ़ रुपये

तथा बकरी की संख्या $= 17 - 3 = 14$, मूल्य $= 14/4 = 3.5$ साढ़े तीन रुपये

उत्तर = 14 बकरी, 3 गाय, तीन भैंस

प्र02 वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसमें 3, 5, 7 से भाग देने पर क्रमशः 1, 2, 3 शेष बचें।

$3 - 1 = 2$ पुनः करने पर $- 1 = 1$

$5 - 2 = 3$ $- 2 = 1$

$7 - 3 = 4$ $- 3 = 1$

अब 3, 5, 7 का ल.स. = 105

इसमें समान शेष 1 करने पर $105 - 1 = 104$

घटाने की क्रिया 2 बार की दी गयी है।

2 से भाग देने पर $104 / 2 = 52$ अभीष्ट संख्या

जाँच $= 52 \div 3 =$ भागफल 17 शेष = 1

$52 \div 5 =$ भागफल 10 शेष = 2

$52 \div 7 =$ भागफल 7 शेष = 3

उत्तर = वांछित संख्या = 52



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

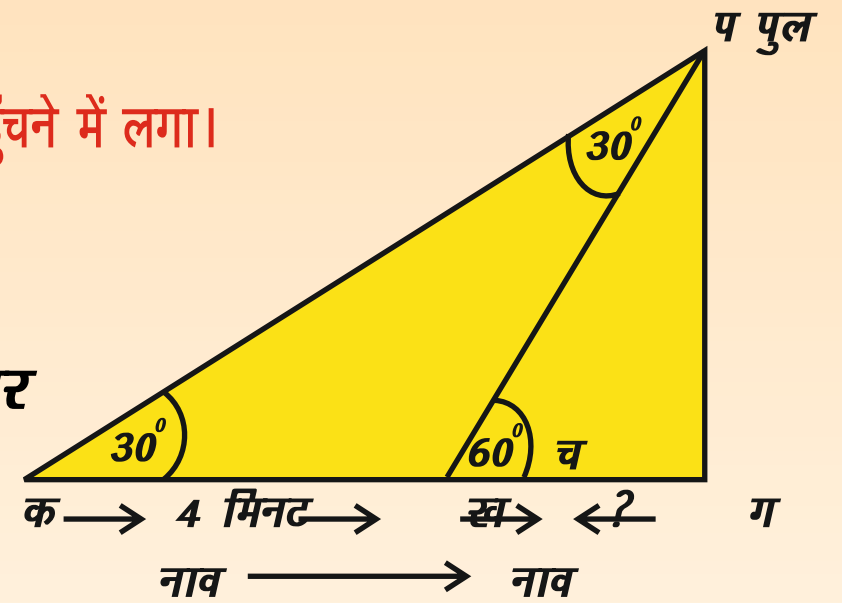
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

त्रिकोणमिति के माध्यम से जानें ऊँचाई व दूरी

प्रश्न किसी पुल की ओर जाने वाली एक नाव से उस पुल का उन्नयन कोण 30° देखा गया। नाव के उसी चाल से 4 मिनट

चलने के पश्चात् पुल का उन्नयन कोण 60° हो गया। नाव को पुल तक पहुँचने में लगा।
समय ज्ञात कीजिए ?



1. वैदिक गणित 'विलोकनम' सूत्र से ख ग = $4/2 = 2$ मिनट उत्तर

▽

2. रेखागणित विधि – चित्रानुसार

क ख प का वहिष्कोण प ख ग = 60° , और एक अंतः कोण $\angle क = 30^\circ$

$$\therefore \angle क प ख = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore क ख = प ख = 4 \text{ मिनट}$$

अब क्योंकि समकोण में 60° का कोण बनाने वाली भुजाएं एक अनुपात दो (1 : 2) होती है

$$\therefore ख ग : प ख = 1 : 2$$

$$ख ग / प ख = 1 / 2$$

$$\therefore ख ग = (1 / 2) \times प ख = 1/2 \times 4 = 2 \text{ मिनट उत्तर}$$

3. त्रिकोणमिति की अनुपात विधि ($\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$) की विधियाँ

चित्रानुसार माना ख ग = च

$$\text{स्प } 30^\circ (\tan 30^\circ) = प ग / 4 + च = 1 / \sqrt{3}$$

$$\therefore प ग = (प + च) / \sqrt{3} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{तथा } \tan 60^\circ = प ग / ख ग = प ग / च \sqrt{3}$$

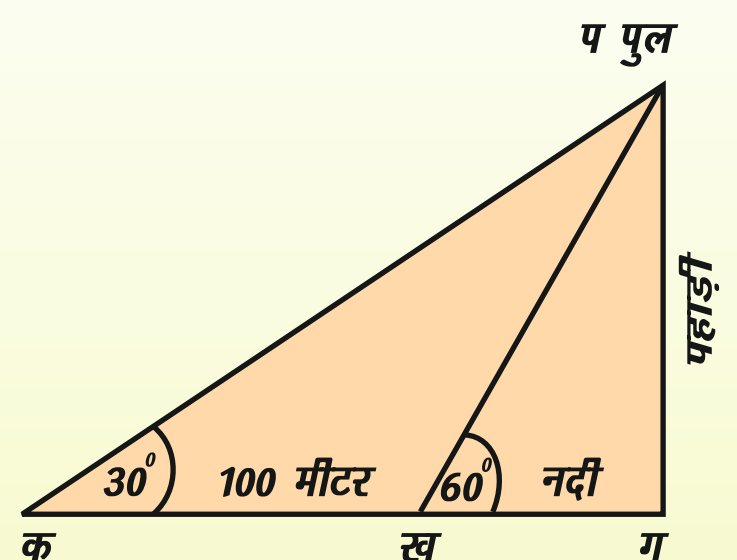
$$\therefore प ग = च \sqrt{3} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{समीकरण 1 और 2 से } (4 + च) / \sqrt{3} = च \sqrt{3}$$

$$च + 4 = च \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 च$$

$$3 च - च = \text{अर्थात् } 2 च = 4$$

$$\therefore च = 4 / 2 = 2 \text{ मिनट} = \text{उत्तर}$$



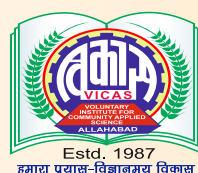
प्रश्न : एक नदी की चौड़ाई ज्ञात करने के लिए नदी के किनारे से उस पार दूसरे किनारे स्थित पहाड़ी की चोटी का उन्नयन कोण 60° देखा गया और उसी सीध में किनारे से 100 मीटर पीछे हटकर देखने पर चोटी का उन्नयन कोण 30° हो जाता है। नदी की चौड़ाई ज्ञात करो ?

1. विलोकनेन ख ग = $100 / 2 = 50$ मीटर (कोण 30° और 60° ही है। प्रश्न के अनुसार ही है)

2. प्रश्न 1 अनुसार रेखागणित व त्रिकोणमिति विधियों से भी नदी की चौड़ाई 50 मीटर आयेगी।



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आइये जानें शेषफल प्रमेय द्वारा गुणनखण्ड

सूत्र-व्यष्टि समष्टि (एक से सबको) का प्रयोग

1. $x^2 - 5x^2 - 2x + 16$

यहाँ गुणांक योग $1 - 5 - 2 + 6 = 0$

∴ एक खण्ड है $(x - 1)$

अतः व्यष्टि $(x - 1)$ अर्थात् $x - 1 = 0$ अतः $x = 1$ रखने पर सर्वप्रथम गुणांक लिखने पर

1	-5	-2	6
0	1	4	-6
1	-4	-6	0

ये 1 -4 -6 दूसरे गुणनखण्ड के गुणांक है।

अर्थात् दूसरा गुणनखण्ड $= (x^2 - 4x - 6)$

अभीष्ट गुणनखण्ड $= (x - 1)(x^2 - 4x - 6)$

नोट-अन्त में शून्य प्राप्त होना ही प्रथम गुणनखण्ड होने का स्वतः प्रमाण है। इस विधि से प्रथम गुणनखण्ड तुरन्त ज्ञात हो जाता है। प्रथम खण्ड बराबर शून्य करने से प्राप्त x (एक्स) का मान गुणा के रूप में प्रति स्थापित करके भजनफल या दूसरा गुणनखण्ड मिल जाता है।

2. $k^3 - 4k^2 + 5k - 2$ के गुणनखण्ड निकालो

यहाँ विषम स्थानीय पदों के गुणांको का योग $= -4 - 2 = -6$

तथा सम स्थानीय पदों के गुणांको का योग $= +1 + 5 = +6$

दोनों का जोड़ $= -6 + 6 = 0$

($k - 1$) एक खण्ड है (व्यष्टिः) अर्थात् $k - 1 = 0$ अतः $k = 1$

व्यंजक के गुणांक

1	-4	+5	-2
---	----	----	----

0	+1	-3	+2
---	----	----	----

1	-3	+2	0 शेष
---	----	----	-------

($\times 1$ $\times 1$ $\times 1$) (ऊपर लिखा गया, जोड़ा गया)

दूसरे खण्ड के गुणांक $+1$ तथा -3 तथा $+2$ है

दूसरा खण्ड बना $(+1 k^2 - 3k + 2)$

इसके भी दो गुणनखण्ड होंगे $(k - 1)(k - 2)$

कुल खण्ड बनें $(k - 1)(k - 1)(k - 2)$

$$= (k - 1)^2 (k - 2)$$

पहले गुणांक के नीचे 0 लिखकर जोड़ लिया गया

$$1 + 0 = 1$$

इसे x के मान 1 से गुणा किया

$$1 \times 1 = 1$$

पुनः -5 में 1 जोड़ा $= -4$

पुनः $(-4) \times 1 = -4$ को -2 में जोड़ा तो

$$(-4 - 2) = -6$$

इसे $(-6) \times 1$ किया और 6 में जोड़ा

$$-6 + 6 = 0$$



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

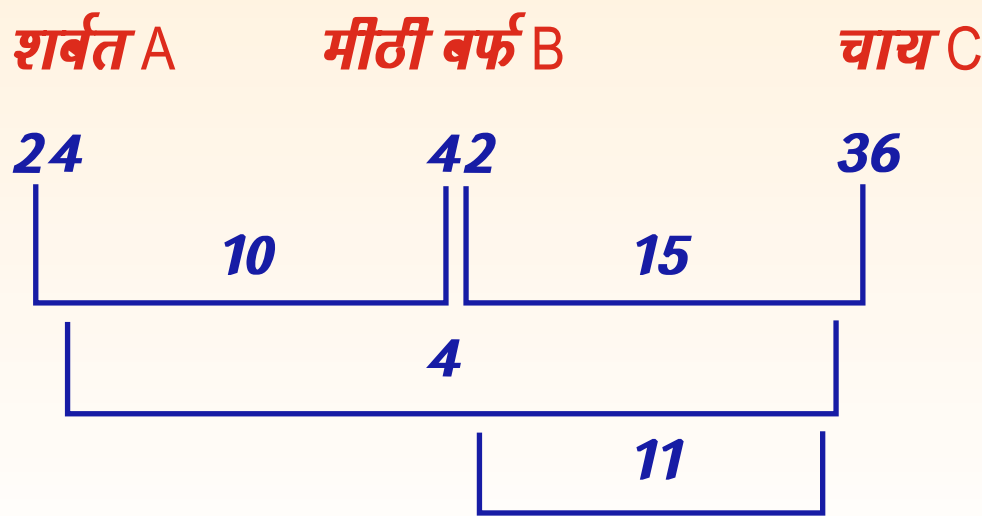
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

समुच्चय सिद्धान्त

प्रश्न- एक विद्यालयीय जलपान गृह में एक सौ तेईस (123) छात्र जाते हैं। वहाँ चौबीस (24) छात्र शर्बत (A), बयालीस (42) छात्र मीठी बर्फ (B) तथा छत्तीस (36) छात्र चाय (C) खरीदते हैं। जिसमें दस (10) छात्र शर्बत और बर्फ खरीदते हैं। पन्द्रह (15) छात्र बर्फ और चाय खरीदते हैं। चार (4) छात्र शर्बत और चाय खरीदते हैं किन्तु बर्फ नहीं खरीदते हैं। ग्यारह (11) छात्र बर्फ और चाय खरीदते हैं किन्तु शर्बत नहीं खरीदते हैं। वेन आरेख बनाकर बताइये।

1. कितने विद्यार्थियों ने कुछ नहीं खरीदा ?
2. कितने विद्यार्थियों ने कम से कम दो वस्तुएँ खरीदी ?
3. कितने विद्यार्थियों ने तीनों वस्तुएँ खरीदी ?



यहाँ $n(B) = 42$

$n(C) = 36$

$n(B \cap C) = 15, n(A \cap B) = 10$

$n\{(A \cap C) - B\} = 4$

$n\{(B \cap C) - A\} = 11$

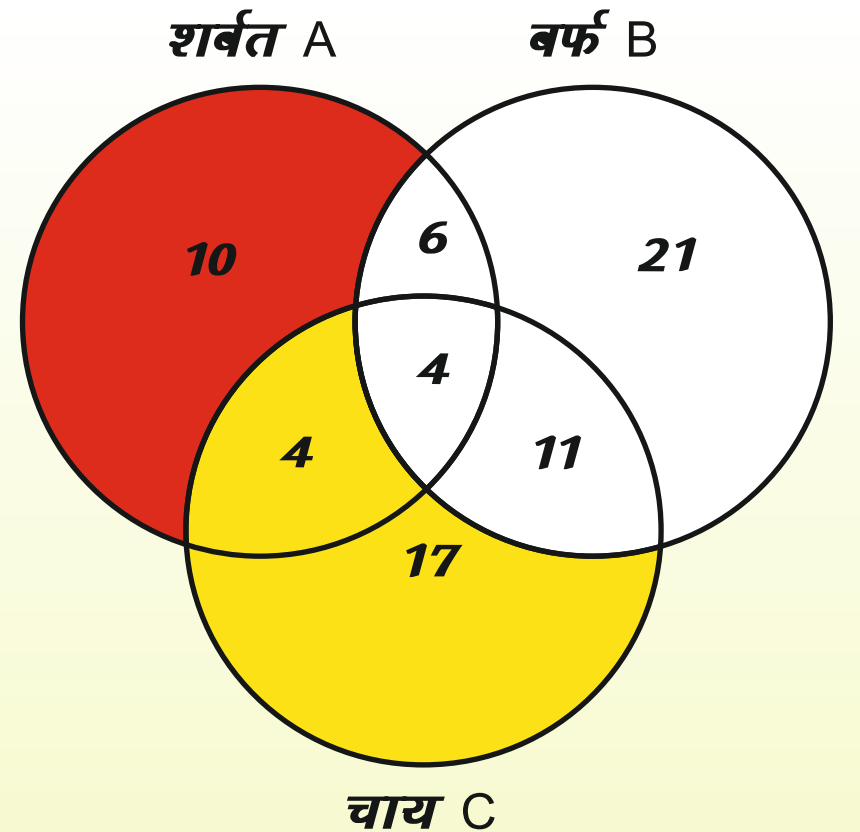
$n\{(A - B) \cup C\} = 10$

तो $n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$

$$= 42 + 36 - 15 = 63$$

$$n(B \cup C) - n(B) = 63 - 42 = 21$$

$$n(B \cup C) - n(C) = 63 - 36 = 27$$



कुछ न कुछ खरीदने वाले छात्र = $10 + 6 + 21 + 4 + 4 + 11 + 17 = 73$

$\therefore$ (1) कुछ भी न खरीदने वाले छात्र = $123 - 73 = 50$

(2) कम से कम दो वस्तुएँ खरीदने वाले छात्र = $6 + 4 + 4 + 11 = 25$

(3) तीनों वस्तुएँ खरीदने वाले छात्र = 4



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

समुच्चय सिद्धान्त SET THEORY

वस्तुओं के सुपरिभाषित समूह या संग्रह को समुच्चय कहते हैं।
जर्मन के 'जार्ज कैण्टर' को 'सेट थ्योरी निर्माता' कहते हैं।

वस्तु :

वस्तु शब्द व्यापक बहुत, संख्या, शब्द, विचार।
चिन्ह अच्छर सब वस्तु हैं, गणना-दृष्टि निहार।।

जिस सेट के अवयव सीमित हों, वे परिमित सेट कहलाते हैं।
अवयव संख्या न हो सीमित, अपरिमित सेट बन जाते हैं।।
किसी भाषा के सभी वर्ण बनते परिमित व समष्टीय।
'स्नेही जी' सेट पूर्णांकों का समुच्चय है, अपरिमित समष्टीय।।

समष्टीय (Universal) = U प्रतीक
समष्टीय से (ए) सेट घटकर पूरक ए का हो जाता है।
कुल वर्णों में स्वरों का समुच्चय व्यंजनों का पूरक बन जाता है।

पूरक $A = A^1 = U - A$
व्यंजन का पूरक = कुल वर्ण - स्वरों का समुच्चय
दोनों सेट के उभयनिष्ठ पद तो प्रतिच्छेदन (Intersection) कहलाते हैं।
एक जगह सब अवयव मिलते संघ (यूनियन) बन जाते हैं।

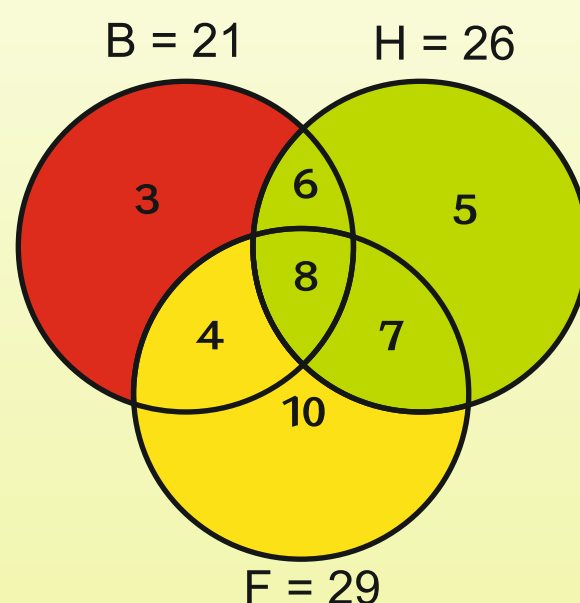
प्रतिच्छेदन का प्रतीक $\cap$
संघ (यूनियन) का प्रतीक $\cup$

मात्र अकेला अवयव वाला एकल समुच्चय कहलाए।
विसंधीत में उभयनिष्ठ कोई भी अवयव न आए।
घात या शक्ति समुच्चय कहते जितने भी सेट बन सकते हैं।
फाई (ϕ), एकल, दो-दो, त्रय-त्रय क्रमशः पूरे रख सकते हैं।
यथा एकल समुच्चय, केवल 2 (दो) का अंक है जो सम और अभाज्य दोनों है।
विसंधीत फाई (ϕ) का उदाहरण है कि शून्य और एक के बीच में पूर्णांक बताइये = ϕ फाई

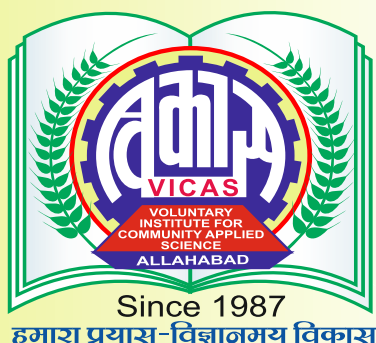
प्रश्न: एक विद्यालय में इक्कीस (21) छात्र वास्केट (वा) बाल टीम में, छब्बीस (26) छात्र हाकी (हा) टीम में, उन्तीस (29) छात्र फुटबाल (फु) टीम में खेलते हैं। इनमें चौदह (14) छात्र वास्केट बाल तथा हाकी में, पन्द्रह (15) छात्र हाकी तथा फुटबाल में, बारह (12) छात्र वास्केट बाल तथा फुटबाल में, आठ (8) छात्र तीनों में खेलते हैं। कुल खिलाड़ी छात्रों की संख्या बताइये ? तथा केवल वास्केट बाल, हाकी, फुटबाल के खिलाड़ियों की संख्या बताइये ?

हल वा = 21, हा = 26, फु = 29
वा हा = 14, हा फु = 15, वा फु = 12
वा हा फु = 8

कुल खिलाड़ियों की संख्या =
 $8 + 4 + 6 + 7 + 3 + 5 + 10 = 43$
केवल वास्केट बाल के खिलाड़ी = 3
केवल हाकी के खिलाड़ी = 5
केवल फुटबाल के खिलाड़ी = 10



	केवल
$14 - 8 = 6$	वा हा
$15 - 8 = 7$	हा फु
$12 - 8 = 4$	वा फु
केवल वा में = $21 - 8 - 6 - 4 = 3$	
केवल हा में = $26 - 8 - 6 - 7 = 5$	
केवल फु में = $29 - 8 - 7 - 4 = 10$	



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें अवकलन से समीकरण का हल

k^2 का अवकल = $n k^{n-1}$

श्रीधराचार्य विधि से

$$k^2 + xk + c = 0 \text{ तो } y = \frac{-x \pm \sqrt{x^2 - 4ck}}{2k}$$

$$\text{विवेचक} = \sqrt{x^2 - 4ck}$$

$$\text{विवेचक} = \text{मध्य पद के गुणांक का वर्ग} - \text{प्रथम गुणांक} \times \text{स्वतंत्र पद} \times 4$$

$$\text{प्रथम अवकल} = \sqrt{\text{विवेचक}}$$

उदाहरण 1. $k^2 - 5k + 6 = 0$ में विवेचक = $\pm \sqrt{(5)^2 - 1 \times 6 \times 4} = \pm \sqrt{25 - 24} = 1$

$$\text{प्रथम अवकल} = 2k - 5 + 0 = \pm 1 \text{ (विवेचक)}$$

$$2k = \pm 1 + 5$$

$$\text{अब } 2k - 5 = \pm 1 \text{ तो } 2k = 1 + 5 = 6 \therefore k = 6/2 = 3$$

$$\text{तथा } 2k = -1 + 5 = +4 \therefore k = 4/2 = 2$$

$$\text{उत्तर} = k = 3 \text{ तथा } 2$$

उदाहरण 2. $11k^2 + 7k + 7 = 0$

$$\text{प्रथम अवकल} = 11 \times 2k + 7 + 0 = 22k + 7$$

$$\text{विवेचक} = \pm \sqrt{7^2 - 11 \times 7 \times 4} = \pm \sqrt{49 - 308} = \pm \sqrt{-259}$$

$$\text{अब } 22k + 7 = \pm \sqrt{-259}$$

$$\therefore k = \frac{\pm \sqrt{-259} - 7}{22}$$

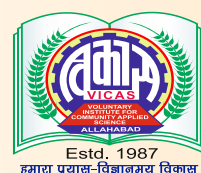
उदाहरण 3. $pk^2 + fk + b = 0$ अतः $2pk + f = \pm \sqrt{f^2 - 4pb}$

वैदिक सूत्र का यह अंश द्विपद प्रमेय, गुणनखण्ड, क्रम गुणन, पुनरावृत्ति घटक तथा सतत भिन्न से अवकल, समाकल इत्यादि पर लागू होता है।

– शंकराचार्यजी की वैदिक गणित पुस्तक से उद्धृत



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें बीजीय पदों के कर्णों के ज्यामितीय निरूपण

यूनान गणित के स्वर्णिम युग में बीज गणित नहीं नाम निशान।
ज्यामिति विधि से हल करके वे पाते बीज पदों के मान।।

1. दो पदों के योग का वर्ग = $(क + ख)^2 = क^2 + ख^2 + 2 क ख$

वर्ग य र ल व = वर्ग य त न घ = आयत त र घ न + वर्ग घ ल द न + आयत द व घ न

य	क	त	र
	क	1	क
	ख	2	क
घ	क	न	थ
	ख	4	ख
व	क	3	ख
	द	ल	

चित्रानुसार

$$(क + ख) (क + ख) = \text{आकृति } 1 + 2 + 3 + 4$$

$$= क^2 + क ख + ख^2 + क ख$$

$$(क + ख)^2 = क^2 + 2 क ख + ख^2$$

2. दो पदों क और ख के अन्तर का वर्ग = $(क - ख)^2 = क^2 + ख^2 - 2 क ख$

	क	ख
क	क-ख	ख
ख	ख	ख
क	क-ख	ख
ख	ख	ख

चित्रानुसार वर्ग त थ द ध = $(क - ख)^2$

$$= \text{वर्ग ट ड ण थ} - \text{आयत ट ठ ध द} - \text{वर्ग ठ ड ढ ध} - \text{आयत त ध ढ ण}$$

$$= क^2 - ख (क-ख) - ख^2 - ख (क-ख)$$

$$= (क^2 - क ख + ख^2 - ख^2 - क ख + ख^2)$$

$$= क^2 - 2 क ख + ख^2$$

$$\text{अतः } (क-ख)^2 = क^2 - 2 क ख + ख^2$$

3. तीन पदों के योग का वर्ग = $(क + ख + ग)^2 = क^2 + ख^2 + ग^2 + 2 क ख + 2 ख ग + 2 ग क$

	क	ख	ग
क	क	ख	ग
ख	क	ख	ग
ग	क	ख	ग

चित्रानुसार

$$(क + ख + ग)^2 = \text{वर्ग } 1 + \text{आयत } 2 + \text{आयत } 3 + \text{आयत } 4 + \text{वर्ग } 5$$

$$+ \text{आयत } 6 + \text{आयत } 7 + \text{आयत } 8 + \text{वर्ग } 9$$

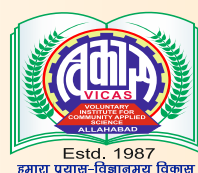
$$= क^2 + क ख + क ग + ख ग + ग^2 + ख ग + क ग + क ख + ख^2$$

$$= क^2 + ख^2 + ग^2 + 2 क ख + 2 ख ग + 2 क ग$$



हमारा प्रयास-विज्ञानमय विकास

VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें बीजीय पदों के कर्णों के ज्यामितीय निरूपण

यूनान गणित के स्वर्णिम युग में बीज गणित नहीं नाम निशान।
ज्यामिति विधि से हल करके वे पाते बीज पदों के मान।।

4. (क + ख) (क + ग) का ज्यामितीय निरूपण

य	क + ख				ल
	क	र	ख		
क	1	क	2	क	
ख	क	श	ख		व
ग	4	ग	3	ग	
स	क		ख		क्ष

चित्रानुसार

$$\begin{aligned}
 &\text{आयत (क + ख) (क + ग)} \\
 &= \text{वर्ग 1} + \text{आयत 2} + \text{आयत 3} + \text{आयत 4} \\
 &= \text{क}^2 + \text{क ख} + \text{ख ग} + \text{क ग} \\
 &= \text{क}^2 + \text{क (ख + ग)} + \text{ख ग}
 \end{aligned}$$

5. आयत (क + ख) (क - ग) का निगमन (ज्यामितीय निरूपण)

	क + ख				ब
प	क	क-ग	ख	ख-ग	
क	1	क-ग	2	ख-ग	
ख	6	म	3	ख	भ
ग	5	श	4	ख	ष
ल	क		ख		स

चित्रानुसार

$$\begin{aligned}
 &(\text{क + ख}) (\text{क - ग}) = \text{आयत 1} + \text{आयत 2} \\
 &= \text{क (क - ग)} + \text{ख (क - ग)} \\
 &= \text{क}^2 - \text{क ग} + \text{क ख} - \text{ख ग} \\
 &= \text{क}^2 + \text{क (ख - ग)} - \text{ख ग}
 \end{aligned}$$

3. दो पदों के वर्गान्तर का ज्यामितीय निरूपण $\text{क}^2 - \text{ख}^2 = (\text{क + ख}) (\text{क - ख})$

	क + ख			
क	क-ख	क	ख	क-ख
ख	क	ख	ख	ख
ख				
	क		ख	

चित्रानुसार

$$\begin{aligned}
 &(\text{क + ख}) (\text{क - ख}) = \text{आयत 1} + \text{आयत 2} \\
 &= \text{क (क - ख)} + \text{ख (क - ख)} \\
 &= \text{क}^2 - \text{क ख} + \text{क ख} - \text{ख}^2 \\
 &= \text{क}^2 - \text{ख}^2
 \end{aligned}$$



आओ जानें सांख्यिकी STATISTICS (आंकड़ा-शास्त्र)

केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें - समान्तर माध्य - माध्यिका - बहुलक

सांख्यिकी है गणना व माध्यों का विज्ञान

आंकड़ा संचयन, सारणीयन, विश्लेषण मापन परिणाम।

सांख्यिकी की ये सब हैं काम, सांख्यिकी आंकड़ों का विज्ञान।।

किसी विषय के अंक, ऊँचाई, पैदावार, वजन या भार।

सभी राशियाँ चर कहलाती, अच्छर एक्स (x) नाम निर्धार।।

वर्गीकृत में सीमाओं का अन्तर ही अन्तराल कहाय।

सीमाओं का मध्य अंक ही, मध्यमान चर एक्स (x) दिखाया।।

बारंबारता एफ (f) कहलाती कि सम्बन्धित चर कितनी बार।

सभी चर्कों का योग प्रतीक एन (n), माने सिगमा एफ (Σf) कुल बार।।

एक्स x अक्ष पर वर्ग अन्तराल व वाई पर एफ f का स्थान।

आयत उतना चौड़ा होता, जितना होता वर्ग अन्तराल।।

आयत उतना ऊँचा होगा, जितना होता एफ का मान।।

एफ f का संचय करते-करते, संचयी बारंबारता बन जात।

समान्तर माध्य, माध्यिका, बहुलक, केन्द्रीय प्रवृत्ति के अंग विख्यात।।

बहुलक बराबर तिगुनी माध्यिका ऋण दुगुना माध्य।

बहुलक = 3 माध्यिका – 2 माध्य

तीन गुना माध्यिका से दो माध्य घटाओ।

आंकड़ों का बहुलक पा जाओ।

जैसे पंक्तिबद्ध हो करके करें वन्दना या व्यायाम।

आगे से बने आरोही क्रम, पीछे से अवरोही नाम।।

आरोही क्रम छोटी 0, 1, 2, 3..... सबसे बड़ी।

अवरोही क्रम सबसे बड़ी, उससे छोटी, उससे छोटी..... सबसे छोटी।

“माध्यिका मध्य पद का मान तथा औसत ही माध्य कहलाता है।

जो सबसे अधिक का आए वह पद बहुलक कहलाता है।।”

समान्तर माध्य –

सब विषयों के प्राप्तांक जोड़कर विषय संख्या से दे दो भाग।

स्नेही ! मिल जायेगा औसत, प्रतिशत तथा प्राप्तांको का समान्तर माध्य।।

समान्तर माध्य = सिगमा एक्स बटा एन

$$= \frac{\Sigma X}{n}$$



आओ जानें सांख्यिकी STATISTICS (आंकड़ा-शास्त्र)

केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें - समान्तर माध्य - माध्यिका - बहुलक

माध्यिका – “माध्यिका है मध्य पद का मान”

आँकड़े लिखे आरोही क्रम चाहे अवरोही क्रम लिखा जाये।
बीच के पद का मान माध्यिका सामान्य आंकड़ा से मिल जाये।
होवें चर व बारंबारताएं तो संचयी योग से बीच निकाल।
इसके पूर्व की संचयी एफ (F) को आधी बारंबारता से देत घटाय।
वर्ग अन्तराल में इसे गुणाकर बारंबारता (F) से दे दें भाग।
इसमें जोड़ें निचली सीमा (L_1) स्नेही तब माध्यिका हो प्राप्त।

$$\text{माध्यिका} = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \left(\frac{n}{2} - F \right)$$

जहाँ वर्ग की निचली सीमा = L_1 ,
वर्ग अन्तराल = $L_2 - L_1$,
सम्बन्धित बारंबारता = f
माध्यिका वर्ग की संचयी से पूर्व की माध्यिका = F

बहुलक – “जो सबसे अधिक बार आये वह पद बहुलक कहलाता है”

वर्गीकृत सारणी हो तो बहुलक निकालने के चरण बताओ
सबसे अधिक बारंबारता को दुगुना कर आगे पीछे की बारंबारताएं घटाओ
वर्गान्तराल से इसे गुणा कर इसका माध्य निकालो उसे छोटी सीमा से जोड़वाओ।
वर्गीकृत आंकड़ों से बहुलक मान बताओ।

$$\text{बहुलक} = L_1 + \frac{2f - f_1 - f_2}{\sum f} (L_2 - L_1)$$

प्रश्न 1 प्रथम तीन (3) विषम संख्याओं का समान्तर माध्य = 3
प्रथम दस (10) विषम संख्याओं का समान्तर माध्य = 10
प्रथम ग्यारह (11) विषम संख्याओं का समान्तर माध्य = 11
सूत्र – प्रथम n (कुल पद) विषम संख्याओं का समान्तर माध्य = n या पद संख्या

प्रश्न 2 प्रथम 6 सम संख्याओं का समान्तर माध्य = $6 + 1 = 7$
प्रथम 7 सम संख्याओं का समान्तर माध्य = $7 + 1 = 8$
सूत्र – प्रथम n (कुल पद) सम संख्याओं का समान्तर माध्य = $(n + 1)$ या (पद संख्या + 1)

प्रश्न 3 प्रथम 15 (पन्द्रह) क्रमागत प्राकृतिक संख्याओं का योग = $\frac{15 \times (15 + 1)}{2} = 15 \times 8 = 120$



आओ जानें ताप मापक उपकरण राशि ताप (T)

1. सेन्टीग्रेड C :

शून्य अंश सी (°C) से शुरू, सौ अंश सी (100°C) तक मापांक।
'शून्य अंश सी' बर्फ है, 'सौ अंश सी' जल क्वथांक ।।

2. फारेनहाइट F :

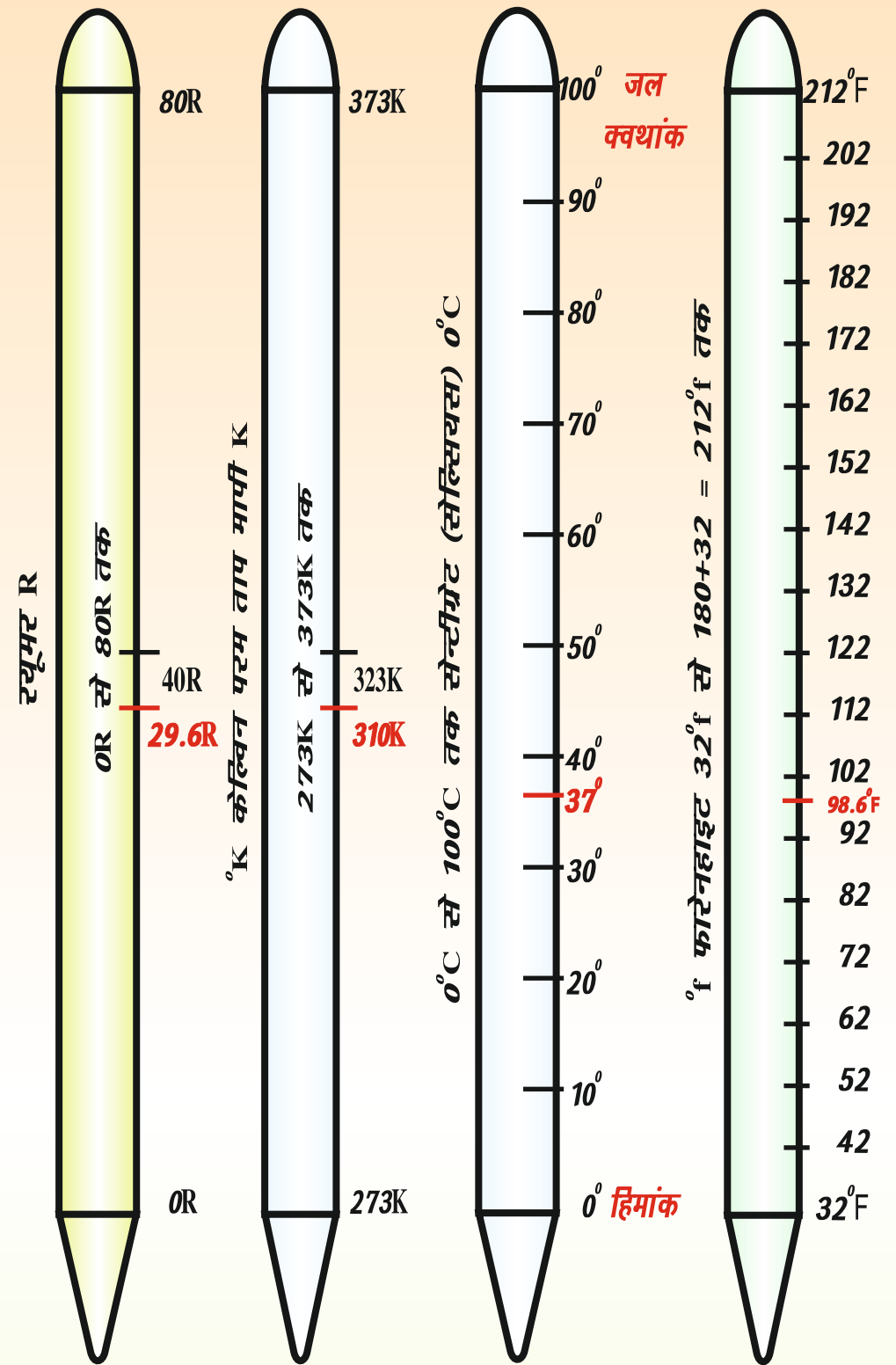
पानी हिमांक तो बत्तीश अंश एफ (32°F)
जल क्वथनांक एफ दो सौ बारह (212°F)
फारेनहाइट पैमाने के खाने में
एक सौ अस्सी अंश बंटवारा।। (180 खाने)

सी और एफ की तुलना (C और F की तुलना)
करो सेल्सियस में गुणा एक दशमलव आठ।
उसमें बत्तीस जोड़िए तब तो एफ बन जात।।

$$(F = C \times 1.8 + 32) \text{ अथवा } F = 32 + C \times 9/5$$

सी (C) और एफ (F) कब अंक समान ?
चालीस अंश ऋणी तापमान।।

$$-40^\circ\text{C} = -40^\circ\text{F}$$



एक स्वस्थ व्यक्ति का ताप (98.6°F) 'अठ्ठानवे दशमलव छः फारेनहाइट होता है।
सेन्टीग्रेड (सेल्सियस) पैमाने पर यह ताप (37°C) सैंतीस अंश होता है।।

$$37^\circ\text{C} = (37 \times 1.8 + 32)^\circ\text{F} = (66.6 + 32)^\circ\text{F} = 98.6^\circ\text{F}$$

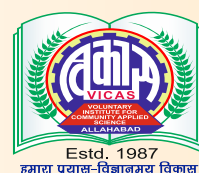
फारेनहाइट से सेल्सियस में परिवर्तन
फारेनहाइट में प्रथम बत्तीस देहु घटाय।
गुणे पाँच बटे नौ करो तब तो सी मिल जाय।।

$$C = (F - 32) \times 5/9$$

$$(98.6^\circ\text{F}) = (98.6 - 32) \times 5/9 = (66.6 \times 5/9)^\circ\text{C} = (333.0)/9 = 37^\circ\text{C}$$



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें ताप मापक उपकरण मात्रक (K एवं R)

परमताप मापी केल्विन (KELVIN) = K

373K “दो सौ तिहत्तर के” (273K) से शुरू “तीन सौ तिहत्तर” (373K) अंत करें ‘केल्विन’ बांसुरी परमताप मापांक।

के (K) से दो सौ तिहत्तर (273) घटता।
सेन्टीग्रेड ताप सी (C) बनता।।

$$^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273$$

$$\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273$$

सी (C) में दो सौ तिहत्तर (273) जुड़ता।
परमताप मापी के (K) बनता।

मानक ताप = 273 K

‘स्नेही’ दो सौ तिहत्तर केल्विन (273K) मानक ताप।

‘कादि न वादि’ सूत्र से बांसुरी (273) अंक प्रताप।।

र्यूमर (R) द्वारा मापन

शून्य आर (0R) की बर्फ है, अस्सी आर (80R) की भाप।

‘विश्वनाथ स्नेही’ कहें, र्यूमर करता माप।

क्यूरी ताप

चुम्बक तपै चुम्बकत्व गंवावे, उन्हें ताप क्यूरी कहलावे।

एक हजार तैंतालीस के (K)परम, क्यूरी ताप स्टील गलन ।।

स्टील का गलन ताप (क्यूरी ताप) 1043 K = 770°C

कैलोरी में ताप मापन -

1. एक अंश सी (1°C) तक बढ़े एक ग्राम जल ताप।

जितनी उष्मा चाहिए है एक कैलोरी माप।।

2. प्रति वर्ग सेन्टीमीटर क्षेत्र पर एक मिनट में भानु।

देता है जो ऊर्जा दो कैलोरी जान।।

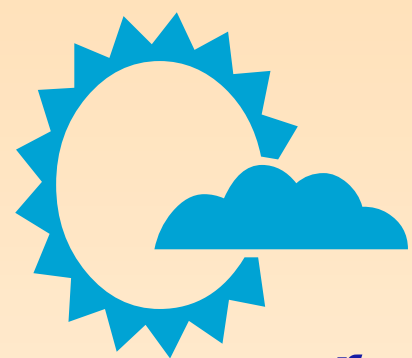


कैसे जानें पृथ्वी का स्व अक्षीय झुकाव $(23.5)^\circ$



सूर्यास्त

पृथ्वी 24 घण्टे या 1440 मिनट में
अपने अक्ष पर घूम जाती है।
चारों दिशाओं में घूमने पर
चार समकोण का कोण बनाती है।।



सूर्योदय

पृथ्वी को एक अंश (1°) घूमने में $1440/360 = 4$ मिनट लगते हैं।
जब सबसे छोटा दिन या सबसे बड़ी रात होती है तब
काशी में सूर्योदय प्रातः छः बजकर सैंतालीस मिनट (6.47) बजे
और सूर्यास्त सायं पाँच बजकर तेरह मिनट (5.13) बजे

अर्थात् सामान्य दिन 12 घण्टे रात 12 घण्टे के बजाय दिन 10 घण्टे 26 मिनट रात 13 घण्टे 34 मिनट की होती है।
अर्थात् सामान्य दिन या रात के समय 12-12 घण्टे के बजाय 94 चौरान्नवे मिनट कम या ज्यादा

अब चूंकि पृथ्वी 4 मिनट में एक अंश = 1° घूमती है।
अतः 94 मिनट में घूमती है = $94/4 = (23.5)^\circ$

यही बात जब दिन बड़ा या रातें छोटी होती हैं दिन व रात के समय में
तब भी 94 मिनट का ही अन्तर पड़ता है।
तब भी $(23.5)^\circ$ साढ़े तेईस अंश का झुकाव बनता है।

यदि पृथ्वी का अपने अक्ष पर झुकाव न होता तो दिन-रात बराबर होते

आज दिनांक 28.01.2012 बसन्त पंचमी को पृथ्वी का झुकाव कितना ?

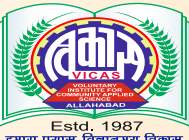
पंचांग के अनुसार आज काशी (वाराणसी) में सूर्योदय 6.37 प्रातः, सूर्यास्त 5.23 सायं

सामान्य दिन 12 घण्टे के बजाय $(37+37)$ मिनट कम समय का होगा। रात $(37+37 = 74)$ मिनट बड़ी होगी।

अतः आज पृथ्वी का स्वअक्षीय झुकाव $74/4 = 18.5$ अंश है।

सूर्योदय व सूर्यास्त के समय का ज्ञान होने पर हम जान सकते हैं कि उस दिन पृथ्वी का झुकाव
कितना है।



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें 'सूर्य स्थिर गतिमान सदा पृथ्वी'



हमें आभास होता है कि सूर्य पूर्व में उदय होकर
पश्चिम में अस्त होता है



विज्ञान तो इसे आभास मानता ही है ऐतरेय ब्राह्मण ग्रंथ
भी इसे दृष्टि-आभास ही मानता है।

‘स वा एष न कदाचनास्तमेति नोदेति,
तं यदस्तमेतीति मन्यन्तेहन एव।
तदन्तमित्वाथात्मानं विपर्यस्यते,
रात्रिमेवावस्तात् कुरुतेहःपरस्ताद्।।

(ऐ.ब्रा.ग्रन्थ. 3/4/4)

दृष्टि-आभास या विपर्यास के नियम को व्यापक बनाकर विज्ञान उसी नियम पर पहुँचा
जिस पर ऋग्वेद बहुत पहले ही पहुँच गया था

“चक्राणासः परीणहं पृथिव्या,
हिरण्येन मणिना शुम्भमानाः।
न हिन्वानासास्ति तिरुस्त इन्द्रं,
परिस्पशो अदधात् सूर्येण।।”

(ऋकः 1/33/8)

जिसका अर्थ है कि “बांधने वाली किरणों से सूर्य के द्वारा मणि की तरह पृथ्वी अपने
मार्ग का उल्लंघन न करती हुई चक्राकार फिरती है।”

अतः ऋग्वेद के अनुसार ही
'सूर्य स्थिर' गतिमान सदा पृथ्वी

स्वतः सिद्ध है



VICAS



विकास

VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)

HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008

www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

आओ जानें 'पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण'

आकृष्ट शक्तिश्च मही तथा यत्
स्वस्थं गुरुः स्वाभिमुखम् स्वशक्त्या।
आकृष्यते तत् पततीति भाति,
समं समन्तात् क्व पतत्वियं खे।।

—सिद्धान्त शिरोमणि गोलाध्याय

उपर्युक्त श्लोक भारत के महान गणितज्ञ श्री भास्कराचार्य के ग्रन्थ में स्पष्ट रूप से अंकित है जिसका अर्थ है—

“कोई भी भारी पदार्थ ऊपर की ओर फेंकने से नीचे ही गिरता है। वह आकाश में नहीं रह जाता क्योंकि पृथ्वी की गुरुत्व शक्ति उसे अपनी ओर खींच लेती है।”

इसी बात को न्यूटन के लिये कहा जाता है कि उसने सेब को जमीन पर गिरते देखकर उसका कारण जानना चाहा और गुरुत्वाकर्षण में उसका कारण खोजकर उसके पृथ्वी पर गिरने को ही नहीं, सूर्य और चाँद के पृथ्वी पर न गिरने का कारण भी खोज डाला जबकि भारतीय ग्रन्थों में ये सभी नियम पहले से ही विद्यमान थे।

गुरुत्वीय त्वरण (ह) 9.81 मीटर प्रति सेकेण्ड वर्ग
10 मीटर प्रति सेकेण्ड वर्ग

(उक्त सन्दर्भ 'कल्याण' पत्रिका के सूर्यांक के पृ. 15 पर सूर्य और ब्रह्माण्ड शीर्षकान्तर्गत द्रष्टव्य है।)



VICAS  **विकास**
VOLUNTARY INSTITUTE FOR COMMUNITY APPLIED SCIENCE (VICAS)
HD/86, ADA Colony, Naini, Prayagraj-211008
www.vicasindia.org, e-mail: vicasald@gmail.com

वैदिक गणित सूत्र “अन्ययोरेव” (प्रथम और अंतिम पदों से ही)

सिद्ध कीजिए

प्रश्न 1. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} = 1$

प्रत्येक के हर का परिमेयीकरण करने पर

$$\frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1 = 1} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2 = 1} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{4 - 3 = 1} = \frac{\sqrt{4} - 1}{1} = \frac{2 - 1}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

इति सिद्धम्

अतः स्वतः सिद्ध है कि

क. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}} = \frac{10 - 1}{1} = 9$

ख. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}} = \frac{\sqrt{121} - 1}{1} = 11 - 1 = 10$

यहाँ अन्तिम पद से प्रथम पद 1 घटाने से $(11-1) = 10$ उत्तर

सूत्र योग = अन्तिम पद के हर के अन्तिम पद ऋण प्रथम पद के हर का प्रथम पद

दुगने कोण (2A) का त्रिकोणमितीय अनुपात

आधार वर्ग से लम्ब वर्ग घटाओ। दुगने कोण का आधार पर जाओ।।

दुगुना लम्ब गुणित आधार। दुगुने कोण का लम्ब विचार।।

‘स्नेही’ कर्ण वर्ग कर डालो। दुगुने कोण का कर्ण निकालो।।

$$\text{कोण } 2 \text{ ए के लिए नया आधार} = (\text{पुराना आधार})^2 - (\text{लम्ब})^2$$

$$\text{नया लम्ब} = 2 \times \text{आधार} \times \text{लम्ब}$$

$$\text{नया कर्ण} = \text{कर्ण} \times \text{कर्ण}$$

प्रश्न – $\sin A = 3/5$ तो, $\sin 2A$, $\cos A$, $\tan 2A$ के मान बताओ।

यहाँ लम्ब = 3, कर्ण = 5 अतः आधार = 4

$$2A \text{ के लिए नया आधार} = 4 \times 4 - 3 \times 3 = 16 - 9 = 7$$

$$\text{नया लम्ब} = 2 \times 4 \times 3 = 24$$

$$\text{नया कर्ण} = 5 \times 5 = 25$$

$$\text{अतः } \sin 2A = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2A = \frac{7}{25}$$

$$\tan 2A = \frac{24}{7}$$



दो कोणों के योग (A+B) और अन्तर (A-B) के त्रिकोणमितीय अनुपात

यदि $\sin A = \frac{3}{5}$ तथा $\sin B = \frac{5}{13}$

यहाँ आधार = 4 तथा आधार = 12 होगा।

तो $\sin (A+B) = ?$ तथा $\sin (A-B) = ?$
 $\cos (A+B) = ?$ $\cos (A-B) = ?$
 $\tan (A+B) = ?$ $\tan (A-B) = ?$

सूत्र ऊर्ध्व तिर्यग्भ्याम (1 x 1) से

	आधार	लम्ब	कर्ण
A	4	3	5
B	12	5	13
A+B	(12x4-5x3), (48-15), 33	(12x3+4x5), (36+20), 56	(5x13), 65

अतः A+B के लिए नया आधार = 33, लम्ब = 56, कर्ण = 65

A-B के लिए नया आधार $48+15 = 63$, नया लम्ब = $36-20 = 16$ तथा नया कर्ण 65 ही होगा।

अतः $\sin (A+B) = \frac{56}{65}$ एवं $\sin (A-B) = \frac{16}{65}$
 $\cos (A+B) = \frac{33}{65}$ $\cos (A-B) = \frac{63}{65}$
 $\tan (A+B) = \frac{56}{33}$ $\tan (A-B) = \frac{16}{63}$



कर्ण और आधार के योग से आधार ज्ञात करना

एक स्तम्भ 9 हाथ ऊँचा था। उस पर एक मोर बैठा था। स्तम्भ के नीचे साँप का एक बिल था। सर्प 27 हाथ की दूरी से बिल की तरफ दौड़ा आ रहा था। सर्प को मोर ने देख लिया और तिरछा होकर (कर्ण की गति से) सर्प के ऊपर गिरा तो कहो कि बिल से कितने हाथ पर जाके मोर और सर्प का योग हुआ।

यहाँ समकोण की स्थिति बनती है जिसका लम्ब 9 तथा

आधार व कर्ण का योग = 27

यदि आधार = अ तो कर्ण 27 - अ

$$(27 - अ)^2 = 9^2 + अ^2$$

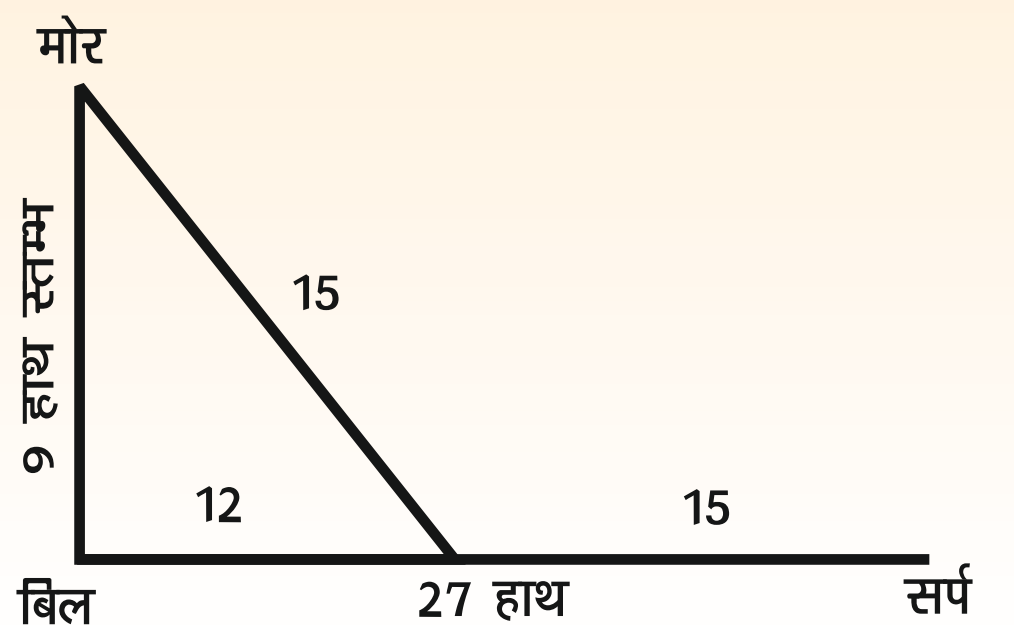
$$(27)^2 - 2 \times 27 \times अ + अ^2 = 81 + अ^2$$

$$729 - 54 अ = 81$$

$$729 - 81 = 54 अ = 648$$

$$अ = 648 / 54 = 12$$

अर्थात् बिल से 12 हाथ की दूरी पर मोर सर्प को पकड़ होगा।



द्वितीय विधि : हम जानते हैं कि समकोणिक संख्याएँ (3, 4, 5) हैं। प्रत्येक को तिगुना करने पर (9, 12, 15) भी समकोणिक संख्याएँ हैं। यहाँ 9 को लम्ब माना जाये तो 12 आधार व 15 कर्ण हैं तथा (12 + 15) का योग भी 27 हो रहा है।

अतः बिल से 12 हाथ की दूरी पर सर्प को मोर पकड़ेगा तथा दोनों उस समय 15 हाथ चलेंगे।

नोट : यदि प्रश्न होता कि स्तम्भ 9 हाथ ही हो तो दूरी 81 हाथ हो तो (9, 40, 41) समकोणिक संख्याएँ होती। तब मोर सर्प को 40 हाथ की दूरी पर पकड़ लेता दोनों 41 हाथ चलते।

